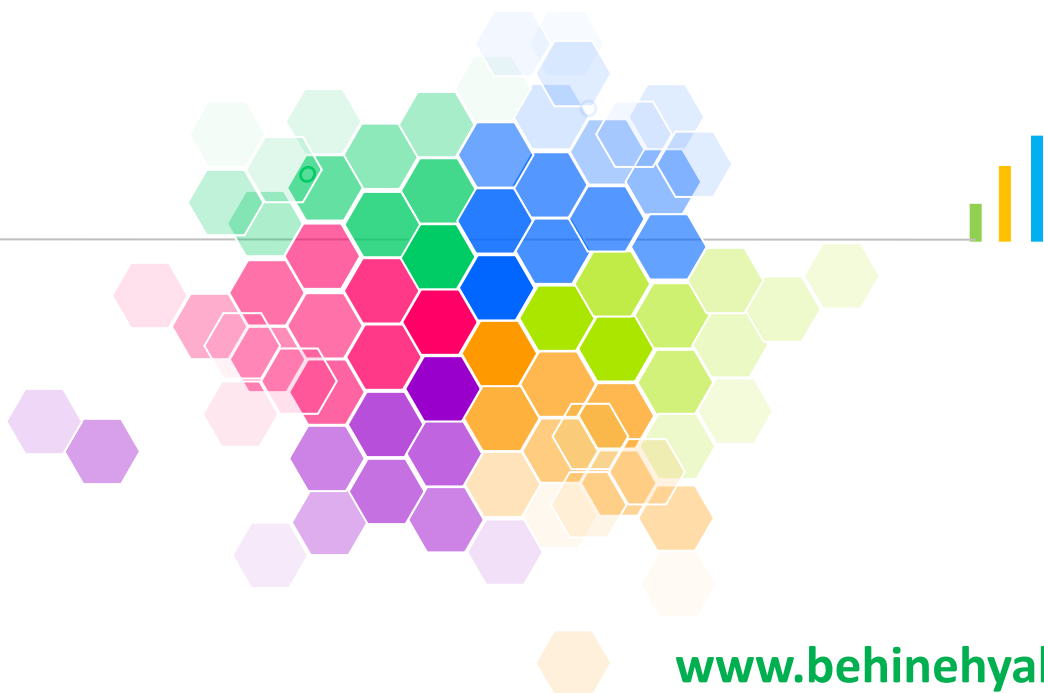


به نام خدا



درس ۱۴: نظریه بازی



فهرست مطالب

مقدمه نظریه بازی

۱

بازی های دو نفره

۲

بازی با سیاست مختلط

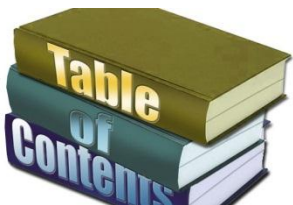
۳

روش حل ترسیمی

۴

روش حل برنامه ریزی خطی

۵



مقدمه نظریه بازی

زندگی مملو از تضادها و مبارزات است. یک ویژگی اساسی این مجادله ها این است که نتیجه نهایی بستگی به مجموعه سیاست هایی (*Strategy*) دارد که توسط طرفین درگیر اخذ می گردد. *نظریه بازی* یا *Game Theory*، نظریه ای ریاضی است که به بررسی مشخصه های کلی رقابت ها می پردازد و در این نظریه بر فرایند تصمیم گیری طرفین مخاصمه تاکید می کند.

مقدمه نظریه بازی

انواع بازی ها

بازی های غیرمشارکتی Non-cooperative Games

در بازی های غیرمشارکتی هیچ گونه تبادل اطلاعات، همکاری، توافق و تعهد ما بین بازیکنان قبل یا حین بازی وجود ندارد.

بازی های مشارکتی Cooperation Game

در بازی های مشارکتی بازیکنان امکان تبادل اطلاع یا همکاری تعهد آور قبل یا حین بازی را دارند که موجب می شود برخی یا تمام بازیکنان که در توافق مشارکت دارند.

مقدمه نظریه بازی

بازی های همزمان (Simltaneous)

در بازی های همزمان بازیکنان همزمان با هم تصمیم می گیرند.

بازی های دنباله ای (Sequential Games)

در بازی های دنباله ای بازیکن آخری از نحوه تصمیم بازیکن (یا بازیکنان) قبلی

مطلع است.

بازی با اطلاعات کامل / غیر کامل / یا بدون اطلاعات (Games with Perfect/Imperfect information)

در بازی با اطلاع کامل، بازیکن اشراف کاملی در لحظه انجام بازی از تصمیمات بازیکنان دیگر دارد. اما در بازی با اطلاعات غیر کامل بازیکن فقط بخشی از اطلاعات مربوط به کل بازی را تا لحظه مورد نظر دارد. اگر اطلاعات در بازی کامل باشد فقط می توان بازی دنباله ای را انجام داد.

بازی های دو نفره

بازی های دونفره

در این بازی، دو یا بیش از دو نفر در بازی نقش دارند و از نوع غیر مشارکتی

هستند

در بازی های دونفری جمع صفر یا *Two Person-Zero Sum Game*، دو بازیگر

حضور دارند که یکی از بازیگرها، بازیگر ۱ یا بازیگر سطری و دیگری بازیگر ۲ یا

بازیگر ستونی هستند. بازیگر ۱ تنها مجاز به انتخاب یکی از سیاست ها از بین m

سیاست خود است. به طور مشابه بازیگر ۲ یا بازیگر ستونی مجاز به انتخاب یکی از n

سیاست است.

بازی‌های دو نفره

نکته: علت جمع صفر خواندن این بازی آن است که مقدار برد یکی دقیقاً با میزان

بخت بازیگر دوم مساوی است و جمع جبری برد خالص هر دو بازیگر برابر صفر است.

ماتریس پرداخت یا بازده (*Pay-off Matrix*) در این نوع بازی‌ها معمولاً از دید

بازیگر ۱ یا بازیگر سطری نوشته می‌شود. اگر $a_{ij} > 0$ یعنی بازیگر ۱ a_{ij} واحد را از

بازیگر ۲ دریافت می‌کند و اگر $a_{ij} < 0$ یعنی بازیگر ۱ a_{ij} واحد به بازیگر ۲ پرداخت

می‌کند. ماتریس پرداخت یا بازده به صورت زیر می‌شود.

	1	2	...	n
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

بازی های دو نفره

مثال: دو بازیگر در یک بازی همزمان با یکدیگر یک یا دو انگشت خود را نشان می دهند. اگر تعداد انگشتان آن ها مساوی باشد، بازیگر اول مقدار یک دلار را به بازیگر دوم می پردازد و در غیر این صورت، بازیگر دوم باید یک دلار را به بازیگر اول بپردازد. به این ترتیب، هر بازیگر می تواند یکی از دو سیاست زیر را اتخاذ نماید.

✓ یک انگشت خود را نشان دهد.

✓ دو انگشت خود را نشان دهد.

بازی های دو نفره



بازیگر ۲			
سیاست ۲	سیاست ۱		
۱	-۱	سیاست ۱	بازیگر ۱
-۱	۱	سیاست ۲	

بازی های دو نفره

نظریه بازی بر مبنای **دو فرض** استوار است.

✓ هر دو بازیگر عاقل و منطقی هستند و هر دو بازیگر نهایت توان خود را در

مصاف حریف به کار می بندد تا بهترین نتیجه دست یابد.

✓ هر بازیگر در هنگام انتخاب سیاست خود فرض می کند که رقیب وی با

فهمیدن این سیاست چه سیاستی را انتخاب می کند.

بازی های دو نفره

مثال: دو سیاست مدار در یک مبارزه انتخاباتی در مقابل یکدیگر قرار دارند. برای دو روز آخر قبل از انتخابات که از اهمیت بسزایی برخوردار است باید برنامه مبارزاتی تهیه شود. هر دو سیاست مدار می خواهند دو روز باقی مانده را در دو شهر (الف) و (ب) بگذرانند. آن ها می توانند در هر شهر **یک** روز یا در یک شهر **دو** روز به سر برند. هر سیاست مدار از برنامه حریف تا وقتی که اعلام نشود **بی اطلاع** است.

بازی های دو نفره

حل:

در ابتدا باید دو طرف بازی (که در این جا دو سیاست مدار هستند) سیاست ها و همچنین جدول بازده تعیین کنند. هر یک از سیاست مداران سه سیاست پیش رو دارند.

✓ سیاست ۱: گذراندن یک روز در هر شهر

✓ سیاست ۲: گذراندن هر دو روز در شهر (الف)

✓ سیاست ۳: گذراندن هر دو روز در شهر (ب)

بازی های دو نفره

سه گونه جدول بازده برای این مسئله به صورت زیر تعریف می شود.

گونه اول:

فرض کنید جدول بازده دو سیاست مدار به صورت جدول زیر است.

		بازیگر ۲		
		سیاست ۱	سیاست ۲	سیاست ۳
بازیگر ۱	سیاست ۱	۱	۲	۴
	سیاست ۲	۱	۰	۵
	سیاست ۳	۰	۱	-۱

بازی های دو نفره

در این جدول، بازیگر دوم هیچ سیاستی ندارد که مشخصا بدتر از سیاست دیگر

باشد. در شکل زیر این وضعیت توضیح داده شده است.

بازیگر ۲

سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱	
$\begin{array}{c} < \\ \hline 4 < 2 < 1 \end{array}$			سیاست ۱
$\begin{array}{c} < \\ \hline 5 < 0 > 1 \end{array}$			سیاست ۲ بازیگر ۱
$\begin{array}{c} > \\ \hline -1 > 1 < 0 \end{array}$			سیاست ۳

بازی‌های دو نفره

اما برای بازیگر اول، سیاست ۱ بر سیاست ۳ غالب است و صرف نظر از تصمیم

بازیگر ۲ همواره سیاست ۱ بهتر از سیاست ۳ است. در شکل زیر این مفهوم نشان داده

بازیگر ۲			شده است.	
سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱		
$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	سیاست ۱	
$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	سیاست ۲	بازیگر ۱
$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	سیاست ۳	

بازی‌های دو نفره

در این حالت، سیاست ۳، **سیاست مغلوب** یا *Dominated Strategy* است و در هر مرحله سیاست مغلوب حذف می‌شود. به طور مشخص در هر مرحله سیاستی که از دیگر سیاست بدتر باشد می‌توان آن را کنار گذاشت.

		بازیگر ۲		
		سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱
بازیگر ۱	سیاست ۱	۴	۲	۱
	سیاست ۲	۵	۰	۱

بازی های دو نفره

در این جدول بازیگر دوم یک سیاست مغلوب دارد که سیاست ۳ است. در شکل زیر دلیل مغلوب بودن سیاست ۳ نشان داده شده است.

		بازیگر ۲			
		سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱	
بازیگر ۱	سیاست ۱	۴	۲	۱	بازیگر ۲
	سیاست ۲	۵	۰	۱	

In the table above, green arrows indicate dominance:

- From Policy 1 to Policy 2 (row 1, column 2): $4 > 2$
- From Policy 1 to Policy 3 (row 1, column 3): $2 > 1$
- From Policy 2 to Policy 3 (row 2, column 3): $5 > 0$

 Red brackets group the columns for each player's policies.

بازی های دو نفره

با حذف سیاست مغلوب ۳، به جدول زیر می‌رسیم.

بازیگر ۲			
سیاست ۲	سیاست ۱		
۲	۱	سیاست ۱	بازیگر ۱
۰	۱	سیاست ۲	

در این جدول برای بازیگر اول، سیاست ۱ بر سیاست ۲ غالب است.

بازی های دو نفره

	بازیگر ۲	
	سیاست ۲	سیاست ۱
بازیگر ۱	سیاست ۱	۱
	۲	۲

همچنین برای بازیگر ۲، سیاست ۲ نسبت به سیاست ۱، سیاست مغلوب است و ناگزیر هر دو بازیگر سیاست ۱ را انتخاب می کنند.

بدین ترتیب، بازیگر اول همواره یک واحد از بازیگر دوم می برد و در این حالت

ارزش بازی یا *Value of the Game* مساوی یک است.

بازی های دو نفره

گونه دوم:

در این حالت فرض کنید بازده جدول به صورت زیر باشد.

		بازیگر ۲		
		سیاست ۱	سیاست ۲	سیاست ۳
بازیگر ۱	سیاست ۱	-۳	-۲	۶
	سیاست ۲	۲	۰	۲
	سیاست ۳	۵	-۲	-۴

بازی های دو نفره



سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱	
-۴	•	-۳	بازیگر ۱
۶	•	۵	بازیگر ۲

بازی های دو نفره

ضابطه حداقل کردن حداکثر یا *Minimax Criterion* معیار اساسی نظریه بازی در انتخاب سیاست است. این ضابطه به معنی آن است که بازیگر اول باید سیاستی که حداقل بازده آن از همه بزرگتر و بازیگر دوم سیاستی که حداکثر بازده آن از همه کوچکتر باشد را انتخاب کند.

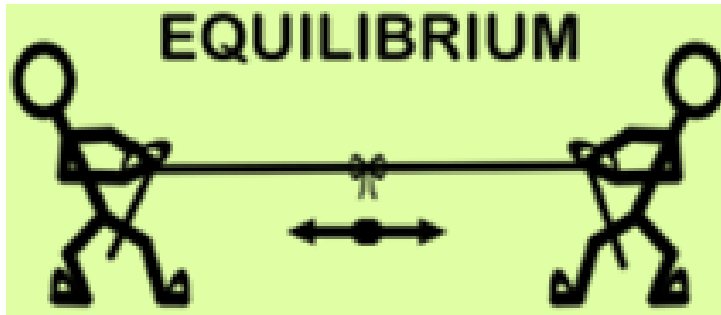
بازی های دو نفره

تعریف: اگر در یک بازی دو نفره مجموع صفر داشته باشیم:

$$v = \max_i (\min_j a_{ij}) = \min_j (\max_i a_{ij})$$

آنگاه این بازی دارای **نقطه زین اسبی** (*Saddle Point*) دارد. در این صورت بهترین سیاست بازیگر ۱ انتخاب $\max_i (\min_j a_{ij})$ و بهترین سیاست بازیگر ۲ انتخاب سیاستی است که بازده برابر با $\min_j (\max_i a_{ij})$ باشد. به این سیاست، **سیاست خالص** یا *Pure Strategy* گفته می شود و مقدار v را **ارزش بازی** می نامند.

بازی های دو نفره



نقطه تعادل و نقطه زینی

		بازیگر ۲		
		سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱
بازیگر ۱	سیاست ۱	۶	-۲	-۳
	سیاست ۲	۲	۰	۲
	سیاست ۳	-۴	-۲	۵

بازی های دو نفره

گونه سوم:

جدول بازده زیر را در نظر بگیرید.

		بازیگر ۲			
		سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱	
بازیگر ۱	سیاست ۱	۲	-۲	۰	
	سیاست ۲	-۳	۴	۵	
	سیاست ۳	-۴	۳	۲	

بازی های دو نفره

اگر هر دو بازیگر مثل حالت قبلی از ضابطه حداقل حداکثر پیروی کنند چه می شود.

		بازیگر ۲			
		سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱	
حداکثر →	حداقل	۲	-۲	۰	سیاست ۱
	-۳	-۳	۴	۵	سیاست ۲
	-۴	-۴	۳	۲	سیاست ۳
		۲	۴	۵	حداکثر

↑
حداقل

جواب این بازی، یک جواب ناپایدار (Unstable) است.



بازی با سیاست مختلط

بازی های با سیاست مختلط یا Mixed strategy

اگر در یک بازی نقطه زین اسبی وجود نداشته باشد، نظریه بازی به هر بازیگر توصیه می نماید که سیاست های خود را براساس یک تابع توزیع احتمالی انتخاب نمایند. برای بیان این موضوع فرض کنید داشته باشیم.

x_i : احتمال آنکه بازیگر ۱ سیاست i را برگزیند ($i=1, \dots, m$)

y_j : احتمال آنکه بازیگر ۲ سیاست j را برگزیند ($j=1, \dots, n$)

بازی با سیاست مختلط

که در آن m و n تعداد سیاست‌های مربوط به بازیگران ۱ و ۲ است. بردار $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ برنامه بازی بازیگر ۱ است و چون x_1 معرف احتمال است باید غیر منفی

و جمعاً مساوی یک شود $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

در ادبیات نظریه بازی $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ و $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ **سیاست** نامیده می‌شوند.

بازی با سیاست مختلط

در گونه سوم مسئله انتخابات، بازیگران به ترتیب سیاست های مختلط $(x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ و $(y_1, y_2, y_3) = (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ را انتخاب کنند. این جواب بدین معنا است که بازیگر ۱ با احتمال ۰.۵ سیاست های ۱ و ۲ و بازیگر ۲ با احتمال ۰.۵ سیاست های ۲ و ۳ را انتخاب کنند. برای این منظور هر بازیگر یک سکه به هوا پرتاب می کند و براساس آن، یکی از دو سیاست قابل قبول خود را انتخاب می نماید.

بازی با سیاست مختلط

مقدار *maximin* یا حد پایین ارزش بازی: سیاستی که صرف نظر از این که بازیگر دوم چه سیاستی را انتخاب کند مقدار امید ریاضی بازده یا برد بازیگر اول را حداکثر کند که به صورت $\underline{v}$ تعریف می شود.

$$\underline{v} = \max_i (\min_j a_{ij})$$

بازی با سیاست مختلط

مقدار *minimax* یا حد بالای ارزش بازی: سیاستی که صرف نظر از این که بازیگر

اول چه سیاستی را انتخاب کند مقدار امید ریاضی بازده یا باخت بازیگر دوم را حداقل

کند که به صورت $\bar{v}$ تعریف می شود.

$$\bar{v} = \min_j (\max_i a_{ij})$$

بازی با سیاست مختلط

اگر رابطه $v < \bar{v}$ برقرار باشد، بازی نقطه پایدار ندارد و باید از سیاست مختلط استفاده کرد.
حال اگر بازیگران از سیاست مختلط استفاده می‌کنند، آنگاه v ارزش بازی به صورت زیر است.

$$v = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_i y_j$$

در این مثال:

$$v = \frac{1}{4} \times (-2 + 2 + 4 - 3) = \frac{1}{4}$$

بازی با سیاست مختلط

قضیه اساسی بازی های دو نفره مجموع صفر

چنانچه دو بازیگر یک بازی دونفره مجموع صفر از سیاست های مختلط استفاده کنند، همواره مقدار ارزش بازی ثابت خواهد بود و برابر با v است. بنابراین اگر هر دو بازیگر از سیاست مختلط استفاده کنند آنگاه امید ریاضی بازده آن ها مساوی v خواهد بود و هیچکدام از بازیگران نمی توانند با تغییر یک جانبه سیاست خود به وضعیت بهتری برسند.

روش حل ترسیمی

روش های یافتن سیاست مختلط

روش حل ترسیمی

یک بازی با سیاست های مختلط را در نظر بگیرید که پس از حذف سیاست مغلوب تنها دو سیاست ساده برای بازیگر ۱ باقی مانده باشد. احتمال سیاست هایی که توسط وی انتخاب می شود به صورت (x_1, x_2) است به طوریکه $x_1 = 1 - x_2$. جدول بازده زیر را در نظر بگیرید.

روش حل ترسیمی

بازیگر ۲			
سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱	
۲	-۲	۰	سیاست ۱ x_1
-۳	۴	۵	سیاست ۲ $1 - x_1$

دریافتی بازیگر ۱ در صورت انتخاب سیاست ها توسط بازیگر ۲ به صورت زیر می

شود.

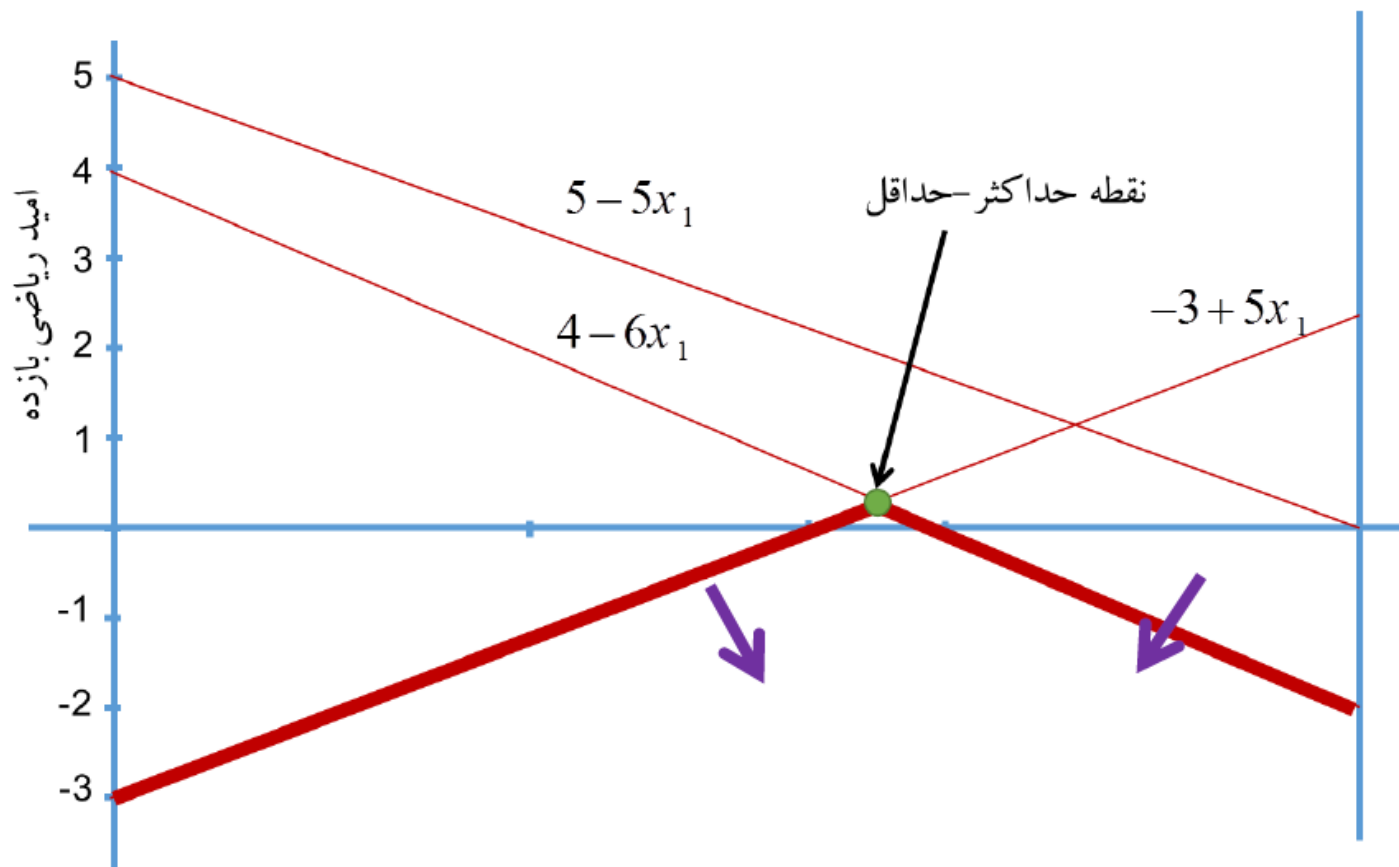
روش حل ترسیمی

بازیگر ۲	دریافتی بازیگر ۱
سیاست ۱	$0 \times x_1 + 5(1 - x_1) = 5 - 5x_1$
سیاست ۲	$-2x_1 + 4(1 - x_1) = 4 - 6x_1$
سیاست ۳	$2x_1 - 3(1 - x_1) = -3 + 5x_1$

بازیگر ۱ به دنبال آن است که حداقل دریافتی مورد انتظار خود را حداکثر کند که

نمایش گرافیکی آن به صورت زیر می شود.

روش حل ترسیمی



سیاست بهینه بازیگر ۱ به صورت $(x_1, x_2) = (\frac{7}{11}, \frac{4}{11})$ خواهد بود که ارزش بازی به

$$v = -3 + 5(\frac{7}{11}) = \frac{2}{11}$$

ترتیب زیر بدست می آید.

روش حل ترسیمی

نقطه بهینه برای بازیگر ۱ از برخورد سیاست های ۲ و ۳ برای بازیگر ۲ بدست می آید و لذا در سیاست بهینه بازیگر ۲، تنها سیاست های ۲ و ۳ نقش دارند و احتمال انتخاب سیاست ۱ در سیاست ترکیبی برابر با **صفر** است.

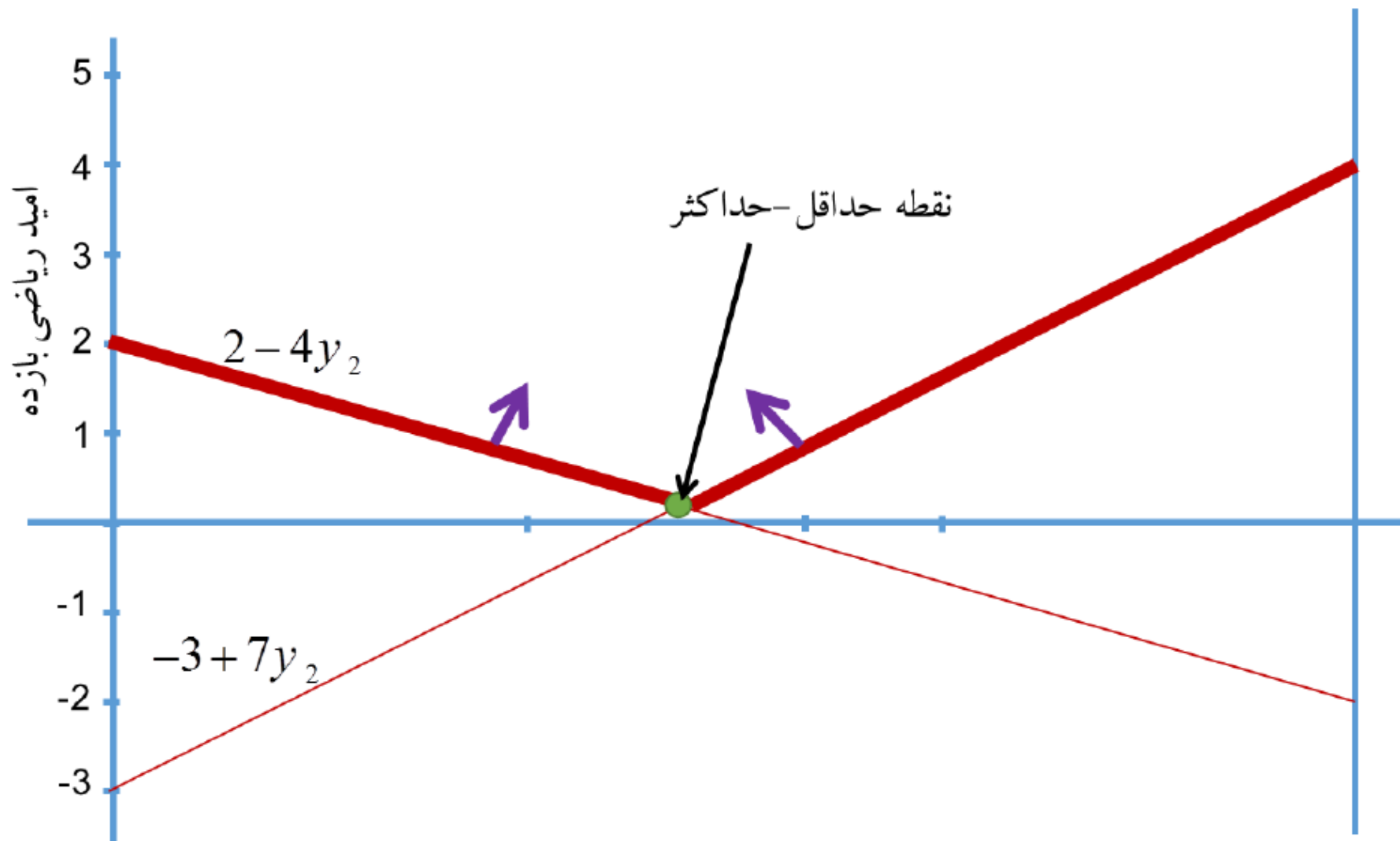
بازیگر ۲			سیاست ۱	سیاست ۲	بازیگر ۱
$1-y_2$	y_2				
سیاست ۳	سیاست ۲	سیاست ۱			
۲	-۲	۰	سیاست ۱		
-۳	۴	۵	سیاست ۲		

روش حل ترسیمی

دریافتی بازیگر ۲ در صورت انتخاب سیاست ها توسط بازیگر ۱ به صورت زیر می شود.

دریافتی بازیگر ۲	بازیگر ۱
$-2y_2 + 2(1 - y_2) = 2 - 4y_2$	سیاست ۱
$4y_2 - 3(1 - y_2) = -3 + 7y_2$	سیاست ۲

روش حل ترسیمی



روش حل ترسیمی

مقدار بهینه امید ریاضی در محل تقاطع دو خط $-3+7y_2$ و $2-4y_2$ قرار دارد که از

حل جبری $2-4y_2 = -3+7y_2$ بدست می آید که $y_2 = \frac{5}{11}$ بدست می آید یعنی سیاست

بهینه بازیگر ۲ به صورت $(y_1, y_2, y_3) = (0, \frac{5}{11}, \frac{6}{11})$ خواهد بود که ارزش بازی به ترتیب

زیر بدست می آید.

$$v = -3 + 7\left(\frac{5}{11}\right) = \frac{2}{11}$$

روش حل برنامه ریزی خطی

حل از طریق برنامه ریزی خطی

هر بازی با سیاست های مختلط (بدون محدودیت بر روی تعداد سیاست های ساده مانند روش ترسیمی) می توان به راحتی از طریق آن به یک مدل برنامه ریزی خطی حل کرد. برای ارایه این روش از یک مثال کمک می گیریم.

روش حل برنامه ریزی خطی

مثال: برای مسئله بازی سنگ – کاغذ – قیچی جدول بازده زیر را در نظر بگیرید.

		بازیگر ۲			حداقل
		y_3 قیچی	y_2 کاغذ	y_1 سنگ	
بازیگر ۱	سنگ x_1	۱	-۱	۰	-۱
	کاغذ x_2	-۱	۰	۱	-۱
	قیچی x_3	۰	۱	-۱	-۱
حداکثر		۱	۱	۱	

روش حل برنامه ریزی خطی

مقدار بازده مورد انتظار برای بازیگر ۱ براساس انتخاب بازیگر ۲ به صورت زیر

است.

بازده مورد انتظار بازیگر ۱	انتخاب بازیگر ۲
$x_2 - x_3$	سنگ
$-x_1 + x_3$	کاغذ
$x_1 - x_2$	قیچی

بازیگر شماره ۲ به دنبال انتخاب سیاستی است که بازده یا جایزه مورد انتظار

بازیگر شماره ۱ را حداقل کند:

$$\text{Min} \{x_2 - x_3, -x_1 + x_3, x_1 - x_2\}$$

بازیگر ۱ می‌کوشد که بازده خود را حداکثر نماید:

$$\text{Max} \underbrace{\text{Min} \{x_2 - x_3, -x_1 + x_3, x_1 - x_2\}}_V$$

روش حل برنامه ریزی خطی



رابطه بالا را می توان به صورت یک برنامه ریزی خطی به صورت زیر بازنویسی

کرد:

$$\text{Max } V$$

s t.

$$V \leq x_2 - x_3$$

$$V \leq -x_1 + x_3$$

$$V \leq x_1 - x_2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0; V \text{ unbounded}$$

روش حل برنامه ریزی خطی



جواب بهینه مدل فوق به صورت زیر می شود.

$$x_1^* = \frac{1}{3}, x_2^* = \frac{1}{3}, x_3^* = \frac{1}{3}$$

و ارزش بازی با v^* نشان داده می شود و در مدل فوق برابر با صفر می شود.

روش حل برنامه ریزی خطی

مقدار بازده مورد انتظار برای بازیگر ۲ براساس انتخاب بازیگر ۱ به صورت زیر است.

انتخاب بازیگر ۱	بازده مورد انتظار بازیگر ۲
سنگ	$-y_2 + y_3$
کاغذ	$y_1 - y_3$
قیچی	$-y_1 + y_2$

روش حل برنامه ریزی خطی

بازیگر شماره ۱ به دنبال انتخاب سیاستی است که پرداخت مورد انتظار بازیگر شماره ۲ را حداکثر کند.

$$\text{Max} \{-y_2 + y_3, y_1 - y_3, -y_1 + y_2\}$$

بازیگر شماره ۲ می کوشد میزان این پرداختی مورد انتظار را حداقل نماید.

$$\text{Min} \underbrace{\text{Max} \{-y_2 + y_3, y_1 - y_3, -y_1 + y_2\}}_W$$

روش حل برنامه ریزی خطی

رابطه قبلی را می توان با استفاده از **برنامه ریزی خطی** به صورت یک **مدل بهینه**

سازی بیان کرد.

$$\text{Min } W$$

s t.

$$W \geq -y_2 + y_3$$

$$W \geq y_1 - y_3$$

$$W \geq -y_1 + y_2$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0; W \text{ unbounded}$$

روش حل برنامه ریزی خطی

در صورت حل مدل فوق، جواب بهینه متغیرها به صورت زیر می شود.

$$y_1^* = \frac{1}{3}, y_2^* = \frac{1}{3}, y_3^* = \frac{1}{3}$$

W^* را ارزش بازی فوق می نامیم که برابر با **صفر** است.

نکته: مدل خطی بازیگر شماره ۱، **همزاد** یا **دوگان** مدل خطی بازیگر شماره ۲ است

و داریم $V^* = W^*$

روش حل برنامه ریزی خطی

مثال: ماتریس بازده زیر را در نظر بگیرید. با استفاده برنامه ریزی خطی ارزش بازی و سیاست های بهینه را بدست آورید.

		بازیگر ۲				
		y_3	y_2	y_1		
حداقل		۳	۲	۱		
۳۰		۳۶	۴۰	۳۰	۱	x_1
۱۰		۳۶	۱۰	۶۰	۲	x_2
		۳۶	۴۰	۶۰	حداکثر	

بازیگر ۱

روش حل برنامه ریزی خطی

به دلیل این که جدول بازده فوق دارای نقطه زین اسبی نیست، دارای سیاست بهینه

مختلط است. برای محاسبه این سیاست از برنامه ریزی خطی استفاده می کنیم.

مدل برنامه ریزی خطی برای بازیگر ۱ به صورت زیر می شود.

$$\text{Max } V$$

s.t.

$$V \leq 30x_1 + 60x_2$$

$$V \leq 40x_1 + 10x_2$$

$$V \leq 36x_1 + 36x_2$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0; V \text{ unbounded}$$

روش حل برنامه ریزی خطی



مدل برنامه ریزی خطی برای بازیگر ۲ به صورت زیر می شود.

$Min W$

$s.t.$

$$W \geq 30y_1 + 40y_2 + 36y_3$$

$$W \geq 60y_1 + 10y_2 + 36y_3$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0; W \text{ unbounded}$$

روش حل برنامه ریزی خطی



از حل مدل های برنامه ریزی خطی فوق، سیاست بهینه و ارزش بازی به صورت زیر می شود.

$$x_1 = \frac{5}{6}, x_2 = \frac{1}{6}, y_1 = \frac{1}{2}, y_2 = \frac{1}{2}, y_3 = 0, V^* = W^* = 35$$

برای حل تمرین های تکمیلی در خصوص
نظریه بازی، به جزوه این درس
مراجعه کنید.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com