

درس ۱۹:

درخت تصمیم گیری

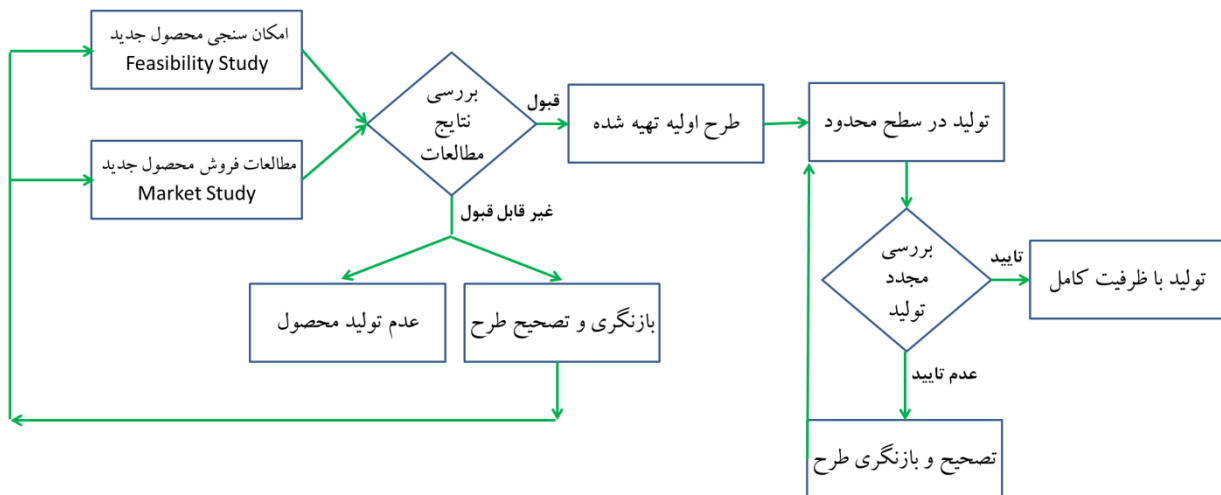
تهیه شده توسط گروه بهینه‌یاب



www.behinehyab.com

مقدمه

فرآیند تصمیم گیری در بسیاری از حالات متشکل از یک توالی از تصمیمات است که می توان به صورت نمودار زیر به طور خلاصه بیان کرد.



در تصمیمات غیر دنباله ای، تحلیل تصمیم می تواند براساس ماتریس پرداخت یا *Payoff Matrix* باشد. در تصمیمات دنباله ای (در آن به دنبال ارزیابی آلترناتیوها یا گزینه ها هستیم) که در آن تصمیم فعلی متاثر از تصمیمات گذشته بوده و تابعی از متغیرهای حالت و تصمیمات آینده است می توان از **درخت تصمیم گیری** یا *Decision Tree* استفاده کرد. ارزیابی آلترناتیوها بر اساس مفهوم ارزش پولی مورد انتظار یا *EMV* (*Expected Monetary Value*) استوار است که در ادامه توضیح داده می شود.

ارزش پولی مورد انتظار یا *EMV* یا (*Expected Monetary Value*)

در صورتی که ماتریس پرداخت میزان دریافتی به ازای حالات و آلترناتیوهای مختلف را در اختیار داشته باشیم و احتمال وقوع هر حالت نیز مشخص باشد، ارزش پولی مورد انتظار هر آلترناتیو نظیر a_j به صورت زیر محاسبه می شود.

$$EMV(a_j) = \sum_i P(\theta_i, a_j) \times p(\theta_i)$$

که در آن

$$P(\theta_i, a_j): \text{میزان دریافتی حالت } \theta_i \text{ برای گزینه } a_j \text{ (ماتریس پرداخت)}$$

$$p(\theta_i): \text{احتمال وقوع حالت } \theta_i$$

مثال: شرکت کاله می‌خواهد در مورد تولید یک نوع جدید پنیر پیتزا تصمیم‌گیری کند. جهت تولید این نوع پنیر، باید خط جدیدی ایجاد شود که این کار به صورت راه اندازی یک خط جدید (a_1) یا از تغییر و بهسازی یکی از خطوط غیر فعال فعلی انجام شود (a_2) یا می‌تواند اصلاً این محصول را تولید نکند (a_3). ماتریس پرداخت این محصول برای آلترناتیوهای گفته شده به ازای این که آیا محصول جدید در بازار موفق می‌شود (θ_1) و یا موفق نمی‌شود (θ_2) در جدول زیر آمده است (مدیر فروش کاله احتمال موفقیت محصول جدید را ۶۵ درصد در نظر می‌گیرد).

	a_1	a_2	a_3
$0.65 \theta_1$	200	100	0
$0.35 \theta_2$	-180	-20	0
EMV	$\underbrace{67}_{200 \times 0.65 - 180 \times 0.35}$	$\underbrace{58}_{100 \times 0.65 - 20 \times 0.35}$	0

فرض کنید یک شرکت خدمات مشاوره‌ای، در ازای دریافت ۶۵ میلیون تومان حاضر است به ما بگوید که به طور قطع محصول موفق یا ناموفق خواهد بود. در این حالت محیط تصمیم‌گیری از حالت عدم قطعیت به قطعیت تبدیل می‌شود.

آیا شرکت، مشاوره قبول کند یا خیر؟ آیا این مشاوره ۶۵ میلیون تومان می‌ارزد؟ برای پاسخ به این سوال نیاز است که ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل محاسبه شود که در بخش بعد بیان می‌شود.

ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل یا EVPI (Expected Value of Perfect Information)

ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل یا EVPI عبارت است از تخمین بازده مورد انتظار در صورت داشتن

اطلاعات کامل **منهای** ارزش مورد انتظار بدون اطلاعات کامل (EMV)

برای مثال کارخانه کاله، ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$EVPI = \sum_i \left[\left(\max_j P(\theta_i, a_j) \right) \times p(\theta_i) \right] - \max_j EMV(a_j)$$

$$= 0.65 \times 200 + 0.35 \times 0 - \underset{EMV}{67} = 63 < 65$$

لذا استفاده از این مشاوره توصیه نمی‌شود و در صورت پرداخت این هزینه، انتظار می‌رود دو میلیون

تومان شرکت ضرر خواهد کرد.

ارزش مورد انتظار میزان تاسف یا EOL (Expected Opportunity Loss)

منظور میزان تاسف در واقع همان ضرر یا تاسف ناشی از عدم انتخاب بهترین آلترناتیو است. برای تعیین

EOL ابتدا ماتریس تاسف را باید بسازیم. برای هر حالت، بیشترین عایدی را تعیین می‌کنیم و سپس میزان

تاسف برای یک گزینه مورد نظر برابر با اختلاف بین بیشترین عایدی و عایدی گزینه مورد نظر است. برای

مثال اگر ماتریس عایدی به صورت زیر باشد:

	a_1	a_2	a_3
θ_1	200 بیشترین عایدی	100	0
θ_2	-180	-20	0 بیشترین عایدی

با توجه به این که بیشترین مقدار عایدی برای حالت θ_1 برابر ۲۰۰ است لذا ماتریس تاسف به صورت

زیر محاسبه می‌شود.

	a_1	a_2	a_3
θ_1	0 $\underbrace{200-200}$	100 $\underbrace{200-100}$	200 $\underbrace{200-0}$
θ_2	180 $\underbrace{0-(-180)}$	20 $\underbrace{0-(-20)}$	0 $\underbrace{0-0}$

مقدار EOL با استفاده از جدول بالا با توجه این که احتمال وقوع حالت θ_1 و θ_2 به ترتیب برابر با ۰.۶۵ و ۰.۳۵ باشد، به صورت جدول زیر محاسبه می‌شود.

	a_1	a_2	a_3
0.65 θ_1	0	100	200
0.35 θ_2	180	20	0
EOL	63 $\underbrace{0 \times 0.65 + 180 \times 0.35}$	72 $\underbrace{100 \times 0.65 + 20 \times 0.35}$	130 $\underbrace{200 \times 0.65 + 0 \times 0.35}$

نکته: مقدار کمینه EOL برابر با مقدار ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل یا $EVPI$ خواهد بود.

در مثال زیر می‌توانید درستی نکته فوق را بررسی کنید.

مثال: جهت سرمایه گذاری سرمایه مالی، سه آلترناتیو را در نظر بگیرید. مقدار سود و زیاد در ماتریس پرداخت آورده شده است. گزینه a_3 همان گزینه عدم انجام کار و عدم سرمایه گذاری است. مشاوره ای حاضر است با دریافت ۱۵ میلیون تومان بگوید کدام حالت اتفاق می‌افتد. آیا این هزینه ارزش پرداخت دارد؟

	a_1	a_2	a_3
0.8 θ_1	40	-5	0
0.2 θ_2	-20	100	0
EMV	<u>28</u> $40 \times 0.8 - 20 \times 0.2$	<u>16</u> $-5 \times 0.8 + 100 \times 0.2$	<u>0</u> $0 \times 0.8 + 0 \times 0.2$

مقدار ارزش اطلاعات یا همان $EVPI$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$EVPI = [(0.8 \times 40) + (0.2 \times 100)] - 28 = 24$$

ماتریس تاسف به صورت زیر می‌شود:

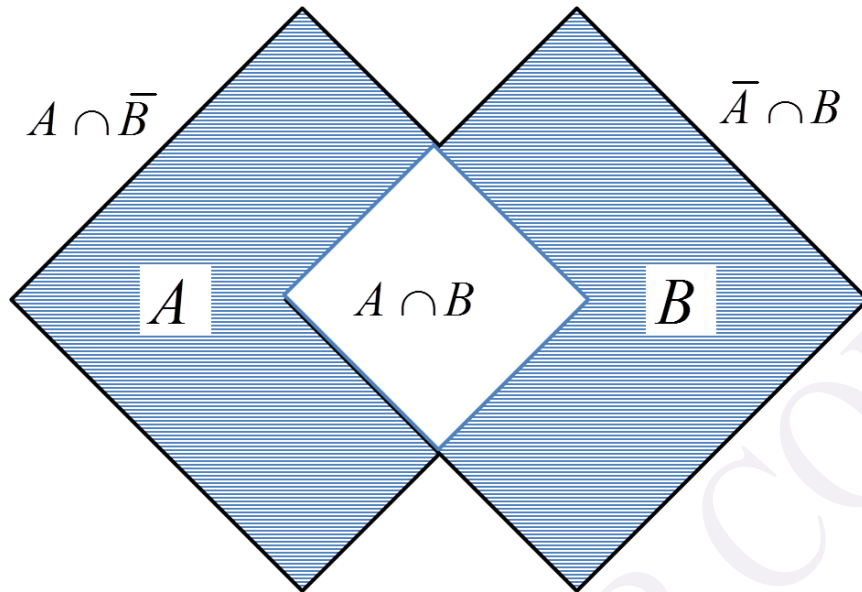
	a_1	a_2	a_3
θ_1	0	45	40
θ_2	120	0	100
EOL	<u>24</u> $0 \times 0.8 + 120 \times 0.2$	<u>36</u> $45 \times 0.8 + 0 \times 0.2$	<u>52</u> $40 \times 0.8 + 100 \times 0.2$

همان طور که مشاهده می‌شود کمترین مقدار تاسف برابر با ارزش اطلاعات یا $EVPI$ است.

قضیه بیز یا Bayes Theorem

در درخت تصمیم گیری، محاسبه احتمال شرطی از طریق قضیه بیز انجام می‌شود. قضیه بیز به صورت

زیر انجام می‌شود:



$$p(A | B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}, p(B | A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

$$p(A \cap B) = p(A | B)p(B) = p(B | A)p(A) \rightarrow p(B | A) = \frac{p(A | B)p(B)}{p(A)} \quad (I)$$

$$p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap \bar{B}) = p(A | B)p(B) + p(A | \bar{B})p(\bar{B}) \quad (II)$$

با توجه به روابط (I) و (II) خواهیم داشت:

$$p(B | A) = \frac{p(A | B) \times p(B)}{p(A | B) \times p(B) + p(A | \bar{B}) \times p(\bar{B})}$$

کاربرد قضیه بیز در محاسبات درخت تصمیم گیری است که در ادامه بیان می شود.

مبانی درخت تصمیم گیری

در درخت تصمیم گیری از دو نوع گره زیر استفاده می کنیم.

گره تصمیم یا **Decision Node**: در این نوع گره، تصمیم گیرنده باید یکی از چند آلترناتیو موجود را انتخاب کنیم و با □ نمایش داده می‌شود.

گره شانس یا **Chance Node**: در این نوع گره طبیعت یکی از چند متغیر حالت را به صورت احتمالی انتخاب می‌کند که با ○ نمایش داده می‌شود.

شاخه های وابسته به گره تصمیم، آلترناتیوهای موجود و شاخه های وابسته به گره شانس، حالات یا وقایع موجود هستند.

گام های تحلیل با استفاده از درخت تصمیم به صورت زیر است:

گام ۱: رسم درخت با توجه به تعریف مساله و نمادهای اشاره شده در بالا

گام ۲: تعیین احتمال وقوع مربوط به حالات وابسته به گره های شانس

گام ۳: تخمین بازده وابسته به هر یک از شاخه های انتهایی درخت

گام ۴: محاسبه *EMV* مربوط به گره های شانس از طریق فرایند بازگشتی **Backward Process** (حرکت از سمت راست حرکت به سمت گره های ابتدایی)

گام ۵: تعیین بهترین شاخه ها با توجه به نتایج بدست آمده و تعیین استراتژی تصمیم

مثال: مدیر یک شرکت می‌خواهد تصمیم بگیرد که آیا محصول جدید را در معرض فروش بگذارد یا خیر؟ پیش بینی می‌شود که پس از عرضه محصول سه حالت اتفاق می‌افتد.

✓ تقاضا زیاد باشد (*HI*)

✓ تقاضا متوسط باشد (*MED*)

✓ تقاضا کم باشد (*LOW*)

میزان سود یا زیان خالص مورد انتظار در هر یک از حالات به ترتیب برابر با $۱,۰۰۰,۰۰۰$ ، $۲,۰۰۰,۰۰۰$ و $۵,۰۰۰,۰۰۰$ - دلار و احتمال وقوع هر یک به ترتیب ۰.۲ ، ۰.۴ و ۰.۴ است.

همچنین یک شرکت مشاور بازاریابی نیز وجود دارد که در ازای دریافت $۲۰,۰۰۰$ دلار ادعا می‌کند که می‌تواند تعیین کند که محصول موفق خواهد بود (S) یا ناموفق است (F). جهت بررسی توانایی این شرکت اطلاعات زیر بدست آمده است که در آن احتمال نتیجه گزارش به شرط وقوع هر حالت داده شده است:

	S	F
HI	0.70	0.30
MED	0.60	0.40
LOW	0.30	0.70

با استفاده از درخت تصمیم، استراتژی تصمیم را مشخص کنید. همچنین ارزش خدمات شرکت و $EVPI$ تعیین نمایید.

حل:

برای انجام محاسبات درخت تصمیم ابتدا باید احتمالات شرطی را محاسبه کرد که نتایج محاسبات در جدول زیر آمده است.

	HI	MED	LOW
S	$\underbrace{0.28}_{p(HI S)}$	0.48	0.24
F	0.12	0.32	0.56

زیر محاسبات جدول فوق به صورت زیر می‌شود.

$$p(S) = p(S | HI)p(HI) + p(S | MED)p(MED) + p(S | LOW)p(LOW)$$

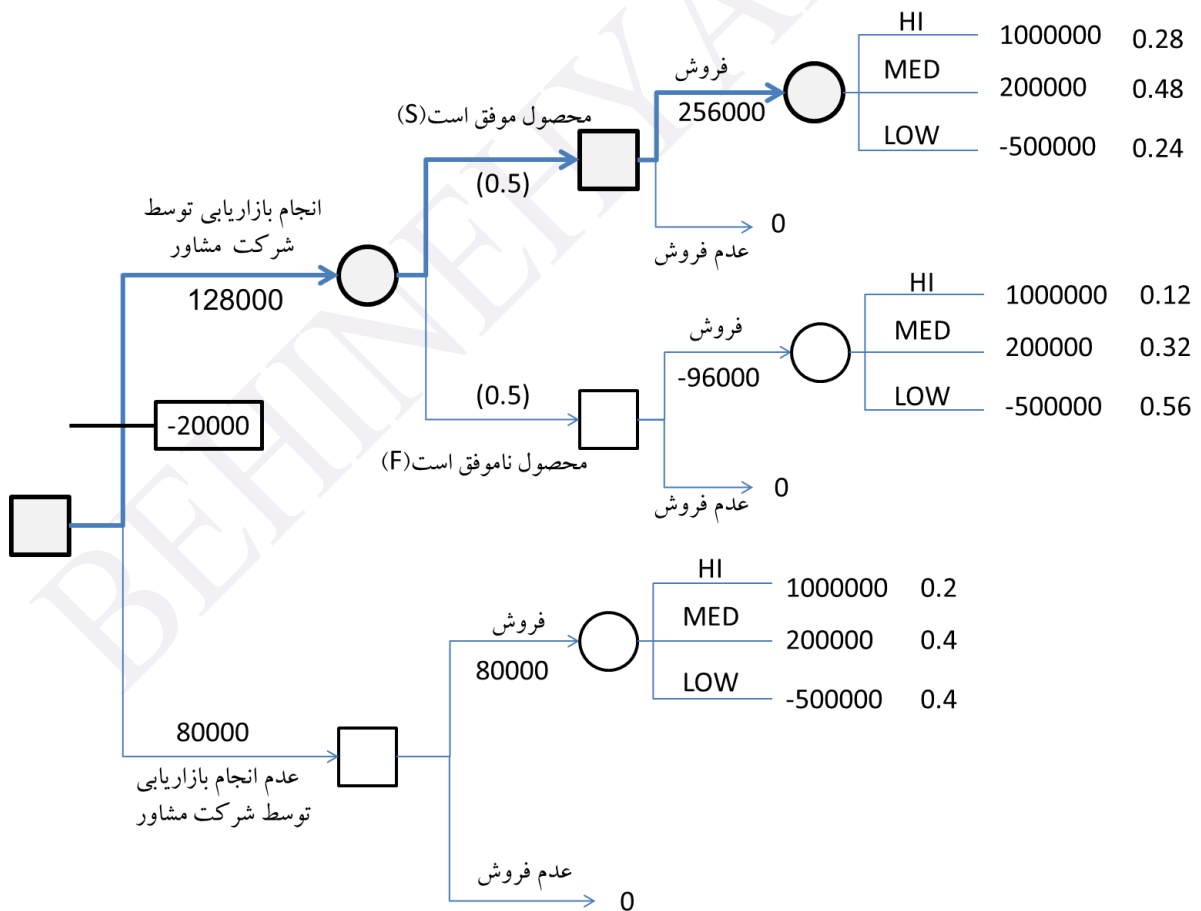
$$= 0.7 \times 0.2 + 0.6 \times 0.4 + 0.3 \times 0.4 = 0.5$$

$$p(F) = 1 - p(S) = 0.5$$

$$p(HI \cap S) = p(S | HI)p(HI) = 0.7 \times 0.2 = 0.14$$

$$p(HI | S) = \frac{p(HI \cap S)}{p(S)} = \frac{0.14}{0.5} = 0.28$$

$$EMV = 0.28 \times 1000000 + 0.48 \times 200000 + 0.24 \times (-500000) = 256000$$



استراتژی تصمیم: از شرکت مشاوره ای می‌خواهیم بازاریابی را انجام دهد. سپس براساس گزارش عمل می‌کنیم.

با توجه به انجام بازاریابی توسط شرکت مشاور، احتمالات دخیل در متغیرهای حالت به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$p(HI) = 0.2 \rightarrow 0.28$$

$$p(MED) = 0.4 \rightarrow 0.48$$

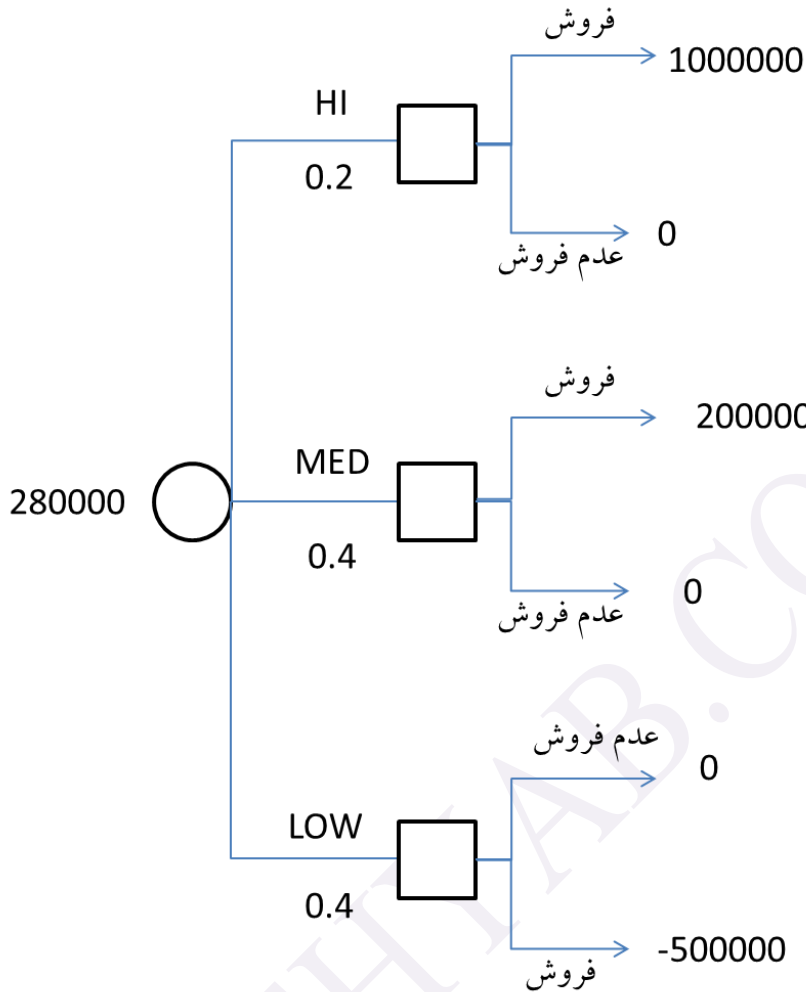
$$p(LOW) = 0.4 \rightarrow 0.24$$

همچنین استفاده از نظرات کارشناسی مقدار EMV را تغییر می‌کند. به این صورت که مقدار EMV بدون کارشناسی برابر با ۸۰۰۰۰ و در صورت استفاده از کارشناسی، برابر با ۱۲۸۰۰۰ می‌شود.

ارزش مورد انتظار اطلاعات نمونه، برابر با $EVSI$ یا $Expected Value of Sample Information$ برابر با اختلاف EMV استفاده از اطلاعات مشاوره ای و عدم استفاده از اطلاعات مشاوره ای است. برای مثال در این تمرین خواهیم داشت.

$$EVSI = 128000 - 80000 = 48000 \text{ (عدم استفاده از مشاوره شرکت) - (استفاده از مشاوره شرکت)}$$

برای محاسبه ارزش در اختیار داشتن اطلاعات کامل می‌توان از درخت زیر استفاده است.



$EVPI = 280000 - 200000 = 80000$ (در صورت استفاده از اطلاعات کامل) $EVPI = 280000 - 80000 = 200000$

مثال: یک شرکت سازنده چیپ های حافظه کامپیوتری (*Computer Memory Chips*) آن ها را در

بسته های ده تایی به صورت بسته ای تولید می کند. مشخص شده است که ۸۰ درصد بسته ها حاوی یک چیپ خراب بوده و به عنوان بسته های خوب شناخته شده و ۲۰ درصد آن ها حاوی ۵ چیپ خراب بوده و به بسته های بد معروف اند. اگر بسته های خوب به مرحله ی بعدی ارسال شود، هزینه ۱۰۰۰ دلار ولی در مورد بسته بد این هزینه ۴۰۰۰ دلار است، البته می توان یک بسته را با هزینه ۲۰۰۰ دلار مورد بازرسی قرار داد و تمام ۱۰ چیپ را بررسی نمود. در این صورت آن را جز بسته های خوب قرار می دهیم. البته با هزینه ۱۰۰ دلار می توان فقط یک چیپ از هر بسته را به صورت تصادفی بازبینی کرد. استراتژی تصمیم، *EVSI*، و *EVPI* را محاسبه کنید.

حل:

$$G = \text{Batch is good} : p(G) = 0.8$$

$$B = \text{Batch is bad} : p(B) = 0.2$$

$D = \text{Defective Chip is observed.}$

$ND = \text{Non-defective chip is observed.}$

$$p(D | G) = 0.1$$

$$p(ND | G) = 0.9$$

$$p(D | B) = 0.5$$

$$p(ND | B) = 0.5$$

$$p(D \cap G) = p(D | G)p(G) = \frac{1}{10} \times \frac{8}{10} = 0.08$$

$$p(D \cap B) = p(D | B)p(B) = \frac{5}{10} \times \frac{2}{10} = 0.1$$

$$p(ND \cap G) = p(ND | G)p(G) = \frac{9}{10} \times \frac{8}{10} = 0.72$$

$$p(ND \cap B) = p(ND | B)p(B) = \frac{5}{10} \times \frac{2}{10} = 0.1$$

$$p(D) = p(D \cap B) + p(D \cap G) = 0.1 + 0.08 = 0.18$$

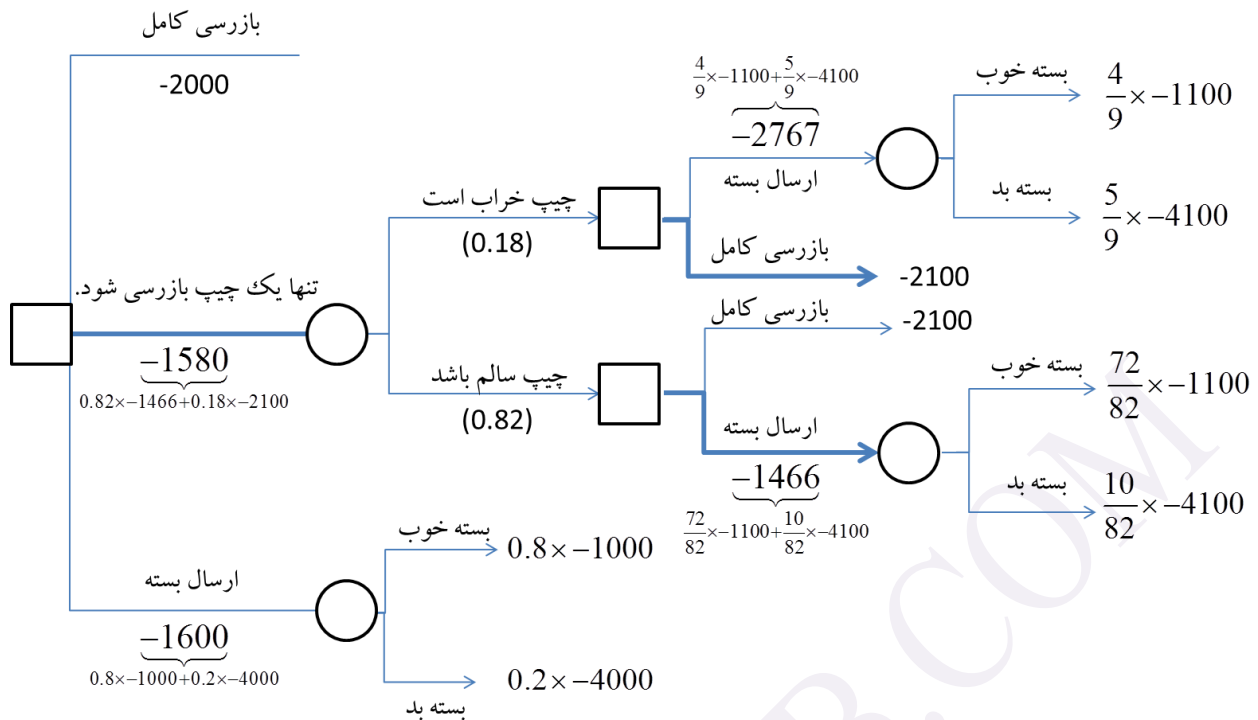
$$p(ND) = 1 - p(D) = 1 - 0.18 = 0.82$$

$$p(B | D) = \frac{p(B \cap D)}{p(D)} = \frac{0.1}{0.18} = \frac{5}{9}$$

$$p(G | D) = \frac{p(G \cap D)}{p(D)} = \frac{0.08}{0.18} = \frac{4}{9}$$

$$p(B | ND) = \frac{p(B \cap ND)}{p(ND)} = \frac{0.1}{0.82} = \frac{10}{82}$$

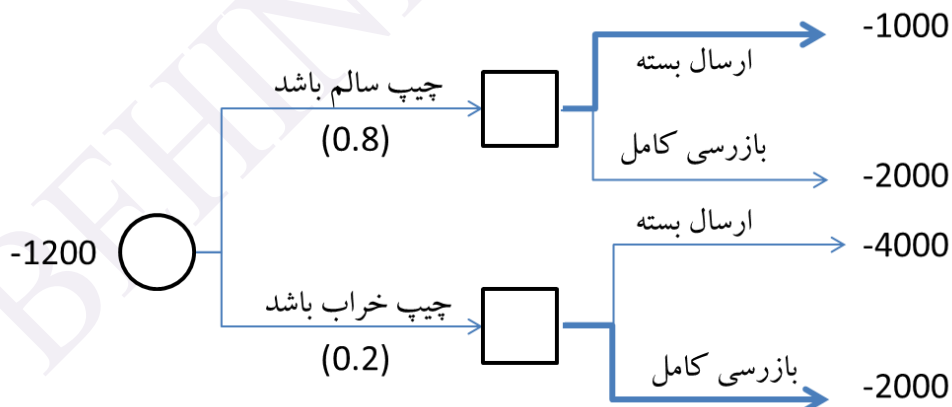
$$p(G | ND) = \frac{p(G \cap ND)}{p(ND)} = 1 - \frac{10}{82} = \frac{72}{82}$$



استراتژی تصمیم: تست یک چیپ، اگر خراب بود بازرسی کامل و اگر سالم باشد، ارسال

بسته.

$$EVSI = -1480 - (-1600) = 120$$



$$EVPI = -1200 - (-1600) = 400$$

نمودار یا دیاگرام تاثیر Influence Diagram

نمودار تاثیر بیان ترسیمی مابین عناصر و عوامل دخیل در یک تصمیم در یک زمان مشخص است. در واقع نمودار تاثیر، شکل فشرده بیان مساله تصمیم گیری است که در آن عناصر یا عوامل شاخص به شکل ترسیمی نشان داده می شوند.

نکته: نمودار تاثیر یک مسئله ضرورتاً منحصر به فرد نیست.

نکته: نمودار تاثیر، یک گراف جهت دار است که از تعدادی گره و کمان که مابین گره ها وصل می شود، تشکیل می گردد.

انواع گره ها در نمودار تاثیر به صورت زیر هستند:

گره تصمیم یا Decision node

گره تصمیم را با مربع □ نمایش داده می شود و مرتبط با تصمیماتی است که در مراحل مختلف مسئله باید اتخاذ کنیم.

گره شانس یا Chance node

گره شانس را با ○ نمایش داده می شود و که بیانگر حالات و وقایع غیرقطعی در محیط تصمیم گیری است.

گره ارزش/محاسبه یا Value/calculation node

گره ارزش را با ○ بیضی نمایش داده می شود و که بیانگر محاسبات ریاضی یا تعیین مقادیر ارزش ها موجود در محیط تصمیم گیری است.

گره پیامد/نتیجه نهایی یا Final Consequence/Final Payoff node

گره پیامد یا نتیجه نهایی را با \diamond نمایش داده می‌شود که در واقع پیامد نهایی یا تصمیم نهایی مسئله مشخص می‌کند.

کمان های نمودار تاثیر

کلیه کمان ها در نمودار تاثیر به صورت \rightarrow نمایش داده می‌شود. هنگام اتصال دو گره با یک کمان، گره موجود در ابتدای کمان **گره مقدم** و گره موجود در انتهای کمان را **گره موخر** می‌گویند. در شکل زیر، گره n_1 گره مقدم و گره n_2 گره موخر است.



کمان ها در نمودار تاثیر از لحاظ مفهوم به دو دسته زیر تقسیم می‌شود.

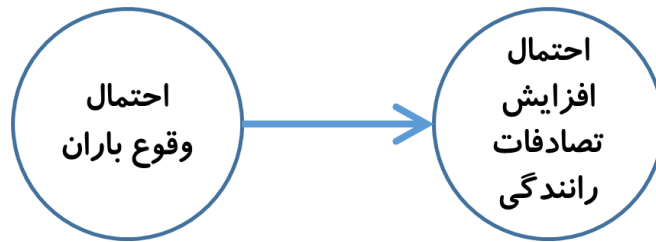
کمان رابطه ای

کمان هایی که به گره شانس وصل می‌شوند از نوع رابطه ای هستند. بدین معنا که می‌گویند گره های مقدم بر گره شانس در تعیین احتمال موجود در گره شانس، دخیل است.

مثال: شکل زیر را در نظر بگیرید.



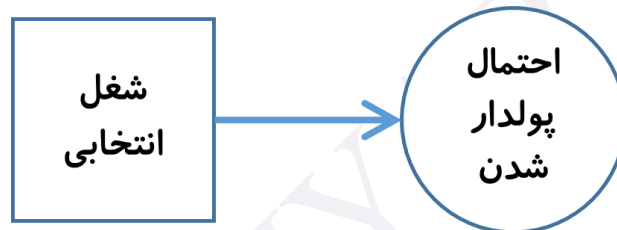
در احتمال مربوط به گره شانس C ، احتمال وقوع گره شانس A دخیل است. در واقع متغیر تصادفی C به متغیرهای تصادفی A وابسته هستند. مانند مثال زیر



مثال: شکل زیر را در نظر بگیرید.

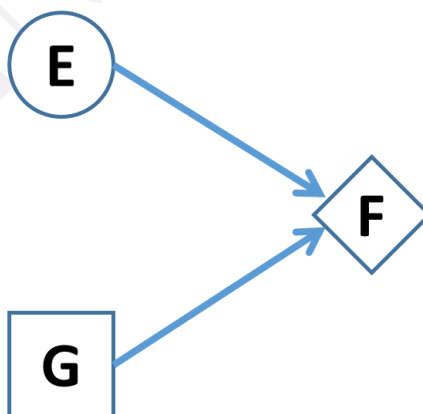


تصمیم گرفته شده در گره B بر احتمال وقوع گره D موثر است. مانند مثال زیر:



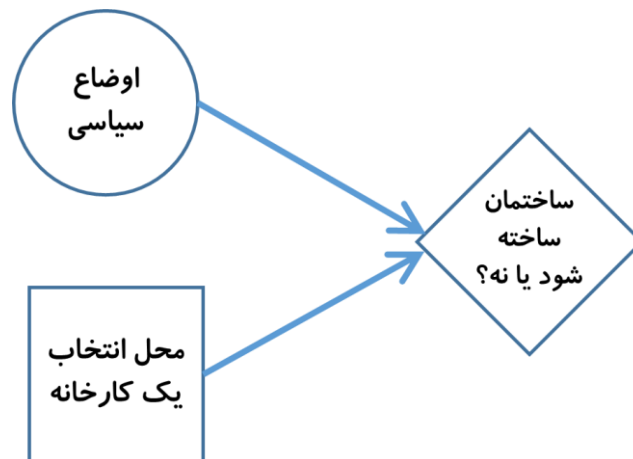
کمان هایی که به گره های محاسباتی/ارزش یا گره های پیامد نهایی وارد می شوند از نوع رابطه ای

هستند. برای مثال:



در شکل فوق، تصمیم گرفته شده در F هم به گره تصمیم G وابسته است و هم به احتمال در گره E.

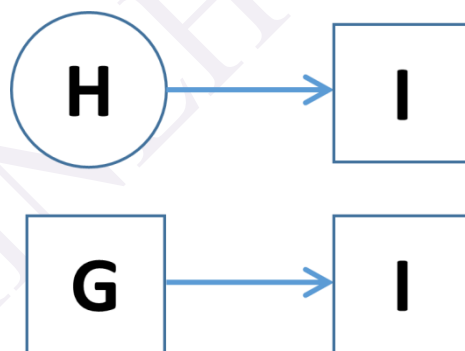
برای مثال:



کمان های توالی

کمان های اصل به گره تصمیم از نوع توالی است و فرض می شود تصمیم موجود در گره موخر هنگامی اخذ می شود که نتیجه گره های مقدم مشخص شده باشند. یعنی یا تصمیم مشخص شده باشد یا عدم قطعیت آن از بین رفته باشد.

مثال: شکل زیر را در نظر بگیرید.



در شکل فوق فرض می شود که زمانی تصمیم I گرفته می شود که نتیجه یا احتمالات موجود در گره H و G تعیین شده باشد.

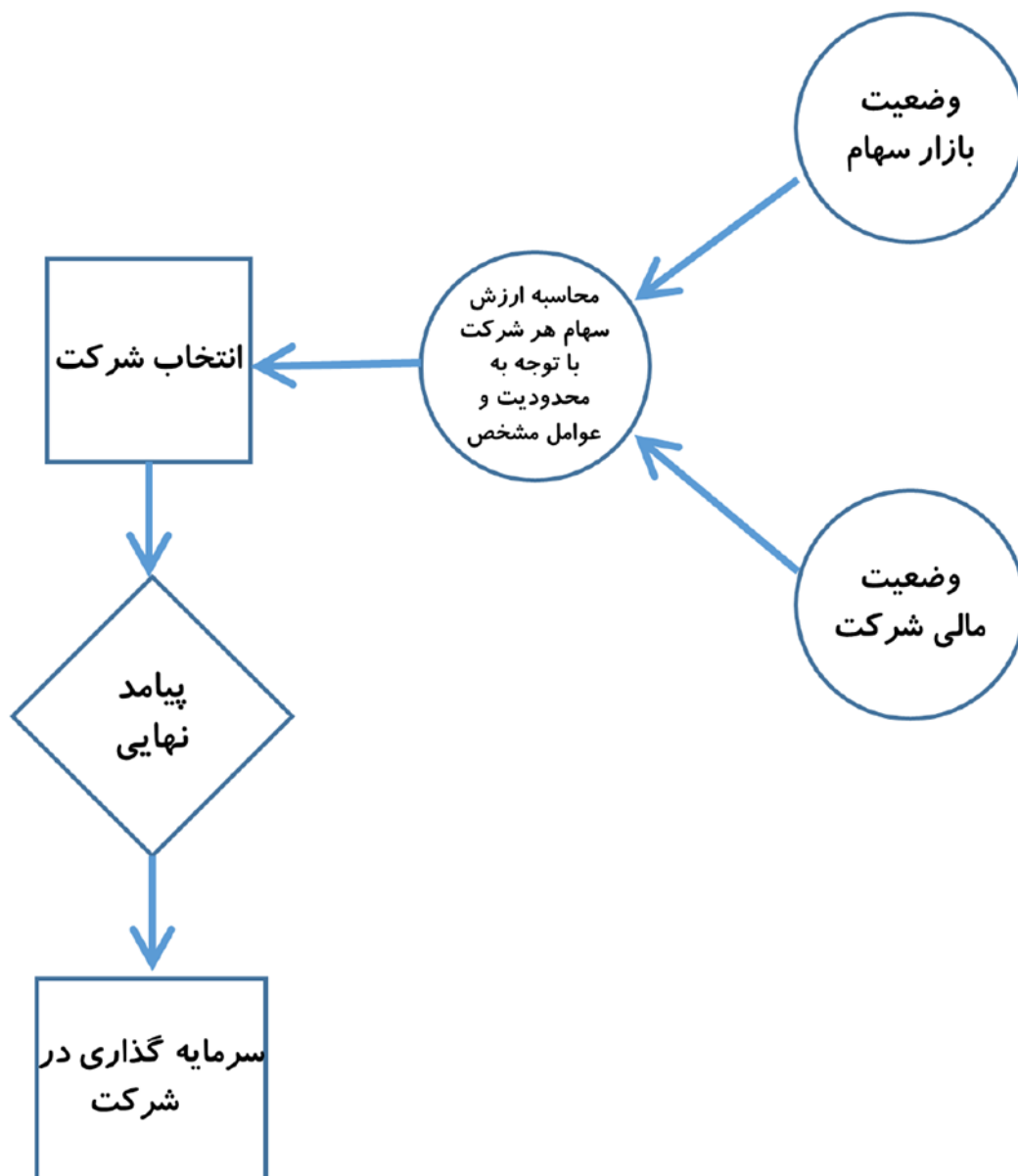
نکته: کلیه کمان های وارده به گره های شناس/نتیجه نهایی/ارزش از نوع رابطه ای هستند و فقط کمان های وابسته به گره تصمیم از نوع توالی است.

نکته: سعی می شود در نمودار تاثیر فقط یک گره نتیجه نهایی داشته باشیم.

نکته: نمودار تاثیر، یک گراف بدون دور است.

مثال: با یک سرمایه گذاری اولیه می خواهید مشخص کنید در بازار سهام چگونه عمل کنید که البته

ممکن است باعث موفقیت یا شکست شما شود. نمودار تصمیم این سرمایه گذاری به صورت زیر می شود.



تمرین: ماتریس بازده زیر را برای سه گزینه (A_1, A_2, A_3) و سه حالت (S_1, S_2, S_3) در نظر بگیرید.

		گزینه ها			احتمال وقوع
		A1	A2	A3	
حالت ها	S1	۶	۱	۴	۰,۳
	S2	۱	۳	۱	۰,۴
	S3	۱	۰	۲	۰,۳

الف) براساس معیار مقدار امید بازده، کدام گزینه توصیه می شود؟

ب) $EVPI$ را محاسبه کنید.

ج) اگر این امکان برای ما میسر باشد که با صرف ۱۰۰۰ دلار اطلاعات بیشتری در خصوص تصمیمات

طبیعت در اختیار ما قرار بگیرید، با توجه به قسمت (ب) آیا این هزینه ارزش دارد؟

حل:

الف) مقدار امید بازده برای سه گزینه به صورت زیر می شود.

		گزینه ها			احتمال وقوع
		A1	A2	A3	
حالت ها	S1	۶	۱	۴	۰,۳
	S2	۱	۳	۱	۰,۴
	S3	۱	۰	۲	۰,۳
امید بازده		۲,۵	۱,۵	۲,۲	

با توجه به این که گزینه A_1 بیشترین امید بازده را دارد لذا گزینه A_1 انتخاب می شود.

ب) برای محاسبه EVPI به صورت زیر عمل می‌کنیم.

		گزینه‌ها			احتمال وقوع	بیشترین بازده
		A1	A2	A3		
حالت‌ها	S1	۶	۱	۴	۰,۳	۶
	S2	۱	۳	۱	۰,۴	۳
	S3	۱	۰	۲	۰,۳	۲

امید بازده با اطلاعات کامل به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$0.3 \times 6 + 0.4 \times 3 + 0.3 \times 2 = 3.6$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با ۲.۵ می‌شود. لذا ارزش اطلاعات به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$EVPI = 3.6 - 2.5 = \$1.1 \text{ thousand}$$

ج) با توجه به این که هزینه خرید اطلاعات برابر ۱۰۰۰ دلار است و EVPI برابر ۱۱۰۰ دلار است توصیه می‌شود که اطلاعات خریداری شود.

تمرین: یک مسئله تصمیم‌گیری با جدول بازده زیر را در نظر بگیرید:

		گزینه‌ها			احتمال وقوع
		A1	A2	A3	
حالت‌ها	S1	-۲۰	-۳	۴	۰,۳
	S2	۳	۵	۲	۰,۳
	S3	۲۵	۱۰	۱۵	۰,۴

الف) کدام گزینه بهترین گزینه است؟ مقدار امید بازده این جدول تصمیم چقدر است؟

(ب) به شما پیشنهادی شده است که می‌تواند بگوید که آیا اولین حالت S_1 اتفاق می‌افتد یا خیر؟ ارزش این اطلاع چقدر است؟ فرض کنید این اطلاعات در اختیار شما قرار می‌گیرد، چطور باید این اطلاعات را مورد استفاده قرار داد؟ مقدار امید بازده چقدر است؟

(ج) بخش (ب) را این طور انجام دهید که اطلاعات مربوط به S_2 به جای S_1 داده شود.

(د) بخش (ب) را این طور انجام دهید که اطلاعات مربوط به S_3 به جای S_1 داده شود.

(ح) فرض کنید این امکان برای شما وجود دارد که با قطعیت واکنش طبیعت به ما در ازای مبلغی، داده شود. حداکثر میزان ارزش این مبلغ چقدر است؟ با فرض در اختیار داشتن این اطلاعات، نحوه استفاده از این اطلاعات به چه صورت است؟ میزان امید بازده چقدر است؟

(و) فرض کنید این امکان برای شما وجود دارد که با انجام آزمایش بخشی از اطلاعات در خصوص واکنش طبیعت در ازای مبلغی در اختیار شما قرار گیرید. حداکثر مبلغی که برای این اطلاعات می‌توان پرداخت کرد چقدر است؟

حل:

الف) گزینه A_3 با امید بازده ۷۸۰۰ انتخاب می‌شود.

		گزینه‌ها			احتمال وقوع
		A1	A2	A3	
حالت‌ها	S1	-۲۰	-۳	۴	۰,۳
	S2	۳	۵	۲	۰,۳
	S3	۲۵	۱۰	۱۵	۰,۴
امید بازده		۴,۹	۴,۶	۷,۸	

ب) اگر S1 با قطعیت رخ دهد، آنگاه گزینه A3 با امیدبازده 4000 دلار انتخاب می‌شود. اگر S1 با قطعیت رخ ندهد، آنگاه حالت S2 با احتمال 3/7 و حالت S3 با احتمال 4/7 رخ می‌دهد.

$$A_1: \frac{3}{7} \times 3 + \frac{4}{7} \times 25 = 15.57$$

$$A_2: \frac{3}{7} \times 5 + \frac{4}{7} \times 10 = 7.86$$

$$A_3: \frac{3}{7} \times 2 + \frac{4}{7} \times 15 = 9.43$$

بنابراین گزینه A1 با امید بازده 15570 دلار پیشنهاد داده می‌شود.

$$\text{امید بازده با اطلاعات برابر با } 0.3 \times 4 + 0.7 \times 15.57 = 12.01$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با 7.8 (همان 7800 دلار) خواهد بود. لذا ارزش اطلاعات (EVI) برابر خواهد بود با:

$$EVI = 12.01 - 7.8 = \$4.21 \text{ thousand}$$

بیشترین مبلغی که برای اطلاعات می‌توان پرداخت کرد برابر با 4210 دلار است. تصمیم با این اطلاعات به این صورت است که اگر حالت S1 رخ دهد آنگاه گزینه A3 انتخاب شود و در غیر این صورت گزینه A1 رخ می‌دهد.

ج) اگر S2 رخ دهد، آنگاه گزینه A2 با امید بازده 5000 دلار انتخاب می‌شود. اگر S2 رخ ندهد، آنگاه حالت S1 با احتمال 3/7 و حالت S3 با احتمال 4/7 رخ می‌دهد. در این صورت داریم:

$$A_1: \frac{3}{7} \times -20 + \frac{4}{7} \times 25 = 5.71$$

$$A_2: \frac{3}{7} \times -3 + \frac{4}{7} \times 10 = 4.43$$

$$A_3: \frac{3}{7} \times 4 + \frac{4}{7} \times 15 = 10.29$$

با توجه به محاسبات بالا، گزینه A۳ با امید بازده ۱۰۲۹۰ دلار پیشنهاد می‌شود.

$$\text{امید بازده با اطلاعات برابر با } 0.3 \times 5 + 0.7 \times 10.29 = 9.91$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با ۷۸۰۰ دلار خواهد بود. لذا امید ارزش اطلاعات (EVI) به صورت زیر

محاسبه می‌شود.

$$EVI = 9.91 - 7.8 = \$2.11 \text{ thousand}$$

ارزش این اطلاعات برابر با ۲۱۱۰ دلار خواهد بود. تصمیم براساس این اطلاعات به این صورت خواهد

بود که اگر حالت S۲ باشد آنگاه تصمیم A۲ خواهد بود و در غیر این صورت A۳ انتخاب می‌شود.

د) اگر S۳ با قطعیت رخ دهد، آنگاه گزینه A۱ با امید بازده ۲۵۰۰۰ دلار انتخاب می‌شود. اگر S۳ با

قطعیت رخ ندهد، آنگاه S۱ و S۲ با احتمال برابر انتخاب می‌شود. لذا داریم:

$$A_1: \frac{1}{2} \times -20 + \frac{1}{2} \times 3 = -8.5$$

$$A_2: \frac{1}{2} \times -3 + \frac{1}{2} \times 5 = 1$$

$$A_3: \frac{1}{2} \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 = 3$$

بنابراین، گزینه A۳ با امید بازده ۳۰۰۰ دلار انتخاب می‌شود.

$$\text{امید بازده با اطلاعات به صورت زیر می‌شود: } 0.6 \times 3 + 0.4 \times 25 = 11.8$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با ۷۸۰۰ دلار خواهد بود. لذا امید ارزش اطلاعات (EVI) به صورت زیر

محاسبه می‌شود.

$$EVI = 11.8 - 7.8 = \$4 \text{ thousand}$$

بیشترین مقداری که برای این اطلاعات می‌توان پرداخت کرد برابر با ۴۰۰۰ دلار است. تصمیم با این اطلاعات به این صورت خواهد بود که گزینه A۱ انتخاب می‌شود اگر حالت S۳ رخ دهد و در غیر این صورت A۳ انتخاب شود.

ح) امید بازده با اطلاعات کامل به صورت زیر می‌شود: $0.3 \times 4 + 0.3 \times 5 + 0.4 \times 25 = 12.7$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با ۷۸۰۰ دلار خواهد بود.

امید بازده با اطلاعات کامل به صورت زیر می‌شود.

$$EVPI = 12.7 - 7.8 = \$4.9 \text{ thousand}$$

بیشترین مبلغی برای این اطلاعات برابر با ۴۸۰۰ دلار خواهد بود. تصمیم با این اطلاعات به این صورت خواهد بود که اگر حالت S۱ رخ دهد تصمیم A۳ خواهد بود، اگر حالت S۲ باشد تصمیم A۲ و در غیر این صورت A۱.

و) بیشترین میزان مبلغ پرداختی برای نمونه‌گیری برابر ۴۹۰۰ دلار خواهد بود زیرا هر گونه اطلاعات اضافی نمی‌تواند از ارزش اطلاعات کامل بیشتر شود.

تمرین: آقای کومو مدیر اعتبار یابی برای شرکت میل است. وی با این سوال مواجه است که آیا یک اعتبار ۱۰۰۰۰۰ دلاری برای یک مشتری باز کنند یا نه. آقای کومو دارای سه رده برای دادن اعتبار دارد: ریسک زیاد، ریسک متوسط و ریسک خوب. ولی وی نمی‌داند که کدام از این سه حالت ریسک برای این مشتری مناسب است. تجربه نشان می‌دهد که ۲۰ درصد شرکت‌ها مشابه با این شرکت ریسک زیاد، ۵۰ درصد ریسک متوسط و ۳۰ درصد دارای ریسک مناسب هستیم. اگر اعتبار تخصیص یابد، امید بازده برای ریسک زیاد برابر -۱۵۰۰۰- دلار، برای ریسک متوسط ۱۰۰۰۰ و برای ریسک مناسب برابر ۲۰۰۰۰ دلار خواهد بود. اگر اعتبار تخصیص داده نشود، مشتری به شرکت دیگری می‌رود. شرکت کومو می‌تواند از یک شرکت مشاور برای ارزیابی مشتری‌ها مبلغ ۵۰۰۰ دلار پرداخت کند. جدول زیر نتایج ارزیابی اعتبارسنجی مشتریان به صورت زیر است:

		نتایج واقعی اعتبار		
		زیاد	متوسط	کم
ارزیابی اعتبار	زیاد	%۵۰	%۴۰	%۲۰
	متوسط	%۴۰	%۵۰	%۴۰
	کم	%۱۰	%۱۰	%۴۰

الف) تحلیل تصمیم گیری را بدون در نظر گرفتن جدول فوق را تحلیل کنید.

ب) فرض کنید که از شرکت مشاور ارزیاب استفاده نشود. تصمیم کدام گزینه است؟

ج) مقدار EVPI را محاسبه کنید. آیا مقدار EVPI نشان می‌دهد که باید از شرکت مشاوره استفاده کرد.

د) فرض کنید از شرکت مشاوره استفاده شود. درخت تصمیم را برای این حالت رسم کنید.

ح) سیاست تصمیم آقای کومو را بدست آورید.

حل:

الف)

		حالت ها		
		ریسک زیاد	ریسک متوسط	ریسک کم
گزینه ها	تخصیص اعتبار	-۱۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
	عدم تخصیص اعتبار	۰	۰	۰
	احتمال	۰,۲	۰,۵	۰,۳

ب) گزینه تخصیص اعتبار با امید بازده ۸۰۰۰ دلار انتخاب شود.

		حالت ها			امید بازده
		ریسک زیاد	ریسک متوسط	ریسک کم	
گزینه ها	تخصیص اعتبار	-۱۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۸۰۰۰
	عدم تخصیص اعتبار	۰	۰	۰	۰
	احتمال	۰,۲	۰,۵	۰,۳	

(ج)

		حالت ها		
		ریسک زیاد	ریسک متوسط	ریسک کم
گزینه ها	تخصیص اعتبار	-۱۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
	عدم تخصیص اعتبار	۰	۰	۰
	احتمال	۰,۲	۰,۵	۰,۳
حداکثر بازده		۰	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰۰

امید بازده با اطلاعات کامل به صورت زیر است:

$$0.3 \times 0 + 0.3 \times 10000 + 0.4 \times 20000 = 11000$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با ۸۰۰۰ است.

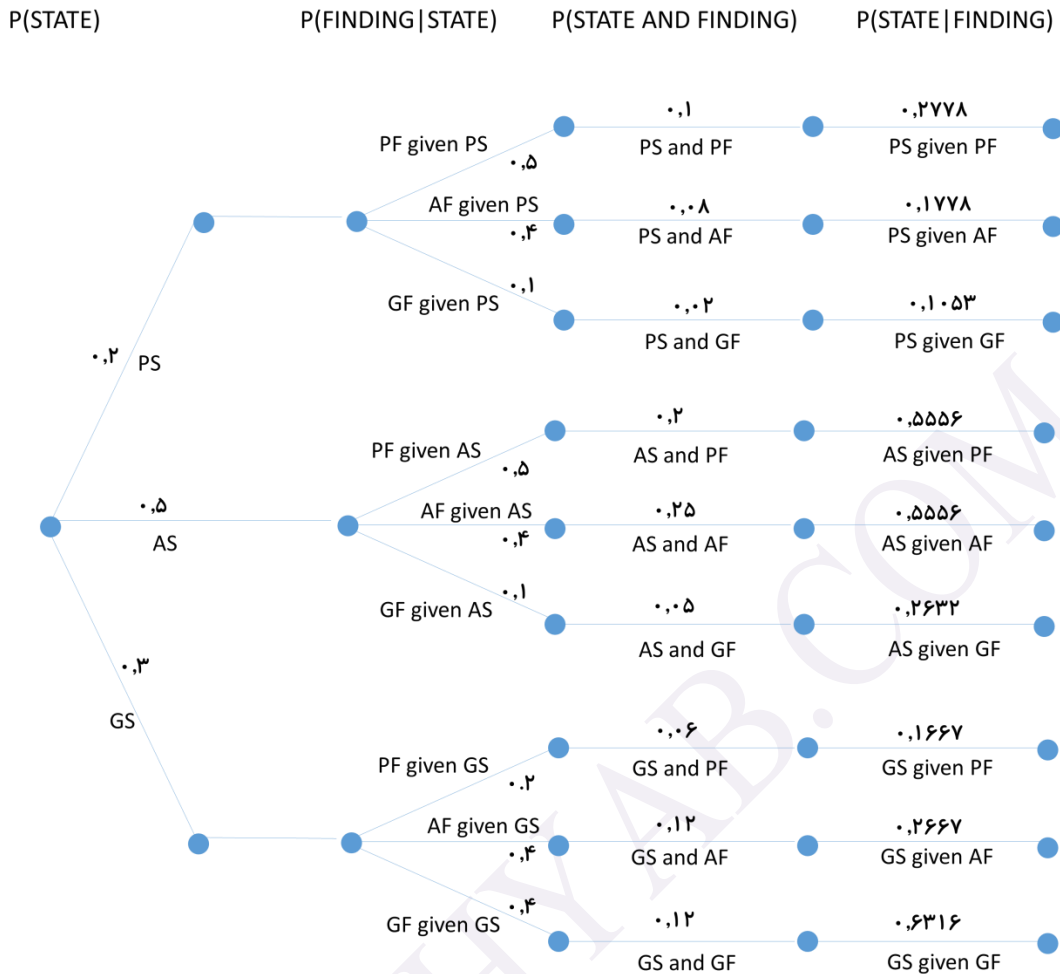
$$EVPI = 11000 - 8000 = \$3000$$

بنابراین، استفاده از شرکت مشاور توصیه نمی شود.

(د) برای نمایش درخت تصمیم تعریف های زیر را در نظر بگیرید.

PF=Poor Finding \ AF=Average Finding \ GF=Good Finding

PS=Poor State \ AS=Average State \ GS=Good State



ح) پیشنهاد می‌شود آقای کومک ارزیابی صورت نگیرد و اعتبار تخصیص یابد.

تمرین: مدیریت شرکت تلمور (Telemore) به دنبال ساخت و بازاریابی یک محصول جدید هستند. تخمین زده می‌شود که احتمال موفق بودن این محصول دوبرابر ناموفق بودن آن است. اگر این محصول موفق باشد عایدی ۱۵۰۰۰۰۰ دلار خواهیم داشت. اگر محصول ناموفق باشد، ضرر آن برابر با ۱۸۰۰۰۰۰ دلار خواهد بود. با پرداخت هزینه ۳۰۰۰۰۰ دلار می‌توان تحلیل بازار در خصوص موفق بودن آن محصول داشت. تجربیات پیشین نشان می‌دهد که پیش بینی موفق بودن یک محصول با احتمال ۸۰ درصد درست پیش بینی می‌شود و ناموفق بودن یک محصول با ۷۰ درصد درست پیش بینی می‌شود.

الف) گزینه‌ها، حالت‌ها و جدول عایدی این مسئله را بدست آورید.

ب) فرض کنید که تحلیل بازاریابی انجام نشود. تصمیم بهینه کدام است؟

ج) مقدار $EVPI$ را محاسبه کنید. آیا توصیه می‌شود که از تحلیل بازاریابی استفاده شود.

د) فرض کنید که تحلیل بازار انجام شود. احتمال های تغییر یافته را محاسبه کنید.

ح) سیاست بهینه را با توجه به اینکه آیا مشاوره تحلیل بازار انجام شود یا خیر و آیا محصول توسعه و ساخته شود، بدست آورید.

حل:

(الف)

گزینه	حالت	
	موفق	ناموفق
توسعه محصول جدید	۱۵۰۰۰۰۰	-۱۸۰۰۰۰۰
عدم توسعه محصول جدید	۰	۰
احتمال	۰,۶۶۷	۰,۳۳۳

ب) گزینه توسعه محصول جدید با امید بازده ۴۰۰۰۰۰ دلار توصیه می‌شود.

گزینه	حالت		امید بازده
	موفق	ناموفق	
توسعه محصول جدید	۱۵۰۰۰۰۰	-۱۸۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰
عدم توسعه محصول جدید	۰	۰	۰
احتمال	۰,۶۶۷	۰,۳۳۳	

(ج)

گزینه	حالت	
	موفق	ناموفق
توسعه محصول جدید	۱۵۰۰۰۰۰	-۱۸۰۰۰۰۰
عدم توسعه محصول جدید	۰	۰
احتمال	۰,۶۶۷	۰,۳۳۳
حداکثر بازده	۱۵۰۰۰۰۰	۰

امید بازده با اطلاعات کامل به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$0.667 \times 1500000 + 0.333 \times 0 = 1000000$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر با ۴۰۰۰۰۰ است.

امید ارزش اطلاعات به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$EVPI = 1000000 - 400000 = \$600000$$

محاسبات نشان می‌دهد که تحلیل بازار باید انجام شود.

(د)

عبارات خلاصه زیر را در نظر بگیرید:

مخفف انگلیسی	معادل انگلیسی	معادل فارسی
SS	State of Successful	حالت موفقیت
SU	State of Unsuccessful	حالت عدم موفقیت
FS	Finding of Successful	نتیجه موفقیت
FU	Finding of Unsuccessful	نتیجه عدم موفقیت

جزئیات محاسبات به صورت زیر می‌شود.

$$p(FS) = p(FS | SS)p(SS) + p(FS | SU)p(SU) = 0.8 \times 0.66 + 0.3 \times 0.33 = 0.627$$

$$p(FU) = p(FU | SS)p(SS) + p(FU | SU)p(SU) = 0.2 \times 0.66 + 0.7 \times 0.33 = 0.363$$

$$p(SS | FU) = \frac{p(FU \cap SS)}{p(FU)} = \frac{p(FU | SS)p(SS)}{p(FU)} = \frac{0.2 \times 0.66}{0.363} = 0.363$$

$$p(SS | FS) = \frac{p(FS \cap SS)}{p(FS)} = \frac{p(FS | SS)p(SS)}{p(FS)} = \frac{0.8 \times 0.66}{0.627} = 0.841$$

$$p(SU | FS) = \frac{p(FS \cap SU)}{p(FS)} = \frac{p(FS | SU)p(SU)}{p(FS)} = \frac{0.3 \times 0.33}{0.627} = 0.157$$

$$p(SU | FU) = \frac{p(FU \cap SU)}{p(FU)} = \frac{p(FU | SU)p(SU)}{p(FU)} = \frac{0.7 \times 0.33}{0.363} = 0.636$$

خلاصه نتایج به صورت زیر می‌شود.

P(حالت نتیجه)			
		نتیجه	
حالت	احتمال	موفق	ناموفق
موفق	۰,۶۶۶	۰,۸	۰,۲
ناموفق	۰,۳۳۳	۰,۳	۰,۷

P(نتیجه حالت)			
		حالت	
نتیجه	احتمال	موفق	ناموفق
موفق	۰,۶۳۳	۰,۸۴۲	۰,۱۵۷
ناموفق	۰,۳۶۶	۰,۳۶۳	۰,۶۳۶

امید بازده	پیش بینی	تصمیم
$[0.8421(1.5) + 0.1579(-1.8)] \times 10^6 = \979000	موفق	توسعه محصول
0	موفق	عدم توسعه محصول
$[0.3636(1.5) + 0.6364(-1.8)] \times 10^6 = -\600000	ناموفق	توسعه محصول
0	ناموفق	عدم توسعه محصول

سیاست بهینه این است که اگر پیش بینی شد که تولید محصول موفق می‌شود، محصول تولید شود و در صورتیکه پیش بینی شد که تولید محصول ناموفق هست محصول تولید نشود.

$$p(S) = p(S | \theta_1)p(\theta_1) + p(S | \theta_2)p(\theta_2) = 0.8 \times \frac{2}{3} + 0.2 \times \frac{1}{3} = 0.6$$

امید بازده با توجه به اطلاعات مشاوره برابر با: $0.6 \times 979000 + 0.4 \times 0 = \587000

بنابراین ارزش اطلاعات برابر با:

$$587000 - 400000 = \$187000 < \$300000 = \text{هزینه مشاوره}$$

بنابراین، سیاست بهینه این است که ارزیابی بازار انجام نشود. زیرا ارزش اطلاعات بیشتر از ارزش آن است.

تمرین: دو سکه نامتوازن در نظر بگیرید. سکه ۱ با احتمال ۳۰ درصد روی شیر می‌آید و سکه ۲ با احتمال ۶۰ درصد روی شیر می‌آید. یک سکه به هوا پرتاب می‌شود. احتمال این که سکه ۱ به هوا پرتاب شود برابر ۶۰ درصد و احتمال این که سکه ۲ به هوا پرتاب شود برابر ۴۰ درصد است. جدول بازده این مسئله تصمیم‌گیری به صورت زیر است:

گزینه	حالت	
	سکه ۱ پرتاب شد.	سکه ۲ پرتاب شد.
بگویم سکه ۱ پرتاب می شود.	۰	-۱
بگویم سکه ۲ پرتاب می شود.	-۱	۰
احتمال	۰,۶	۰,۴

الف) قبل از اینکه سکه پرتاب شود گزینه بهینه چیست؟

ب) اگر سکه پرتاب شد و شیر باشد، آنگاه گزینه بهینه چیست؟ اگر سکه پرتاب شد و خط باشد، آنگاه

گزینه بهینه چیست؟

حل:

الف)

اگر سکه ۱ پرتاب شود آنگاه امید بازده برابر است با: $0.6 \times 0 + 0.4 \times -1 = -0.4$

اگر سکه ۲ پرتاب شود آنگاه امید بازده برابر است با: $0.6 \times -1 + 0.4 \times 0 = -0.6$

گزینه ۱ بهینه این است که بگویم سکه ۱ پرتاب می شود.

ب) اگر نتیجه پرتاب شیر باشد، آنگاه داریم:

$$p(\text{coin 1} | H) = \frac{p(H | \text{coin 1})p(\text{coin 1})}{p(H | \text{coin 1})p(\text{coin 1}) + p(H | \text{coin 2})p(\text{coin 2})} = \frac{0.3 \times 0.6}{0.3 \times 0.6 + 0.6 \times 0.4} = \frac{3}{7}$$

$$p(\text{coin 2} | H) = \frac{4}{7}$$

$$\text{say coin 1: } EP(\text{Expected payoff}) = \frac{3}{7} \times 0 + \frac{4}{7} \times -1 = -\frac{4}{7}$$

$$\text{say coin 2: } EP(\text{Expected payoff}) = \frac{3}{7} \times -1 + \frac{4}{7} \times 0 = -\frac{3}{7}$$

در این حالت گزینه بهینه، بگوییم سکه ۲ پرتاب می‌شود..

اگر نتیجه پرتاب خط باشد، داریم:

$$p(\text{coin 1} | T) = \frac{p(T | \text{coin 1})p(\text{coin 1})}{p(T | \text{coin 1})p(\text{coin 1}) + p(T | \text{coin 2})p(\text{coin 2})} = \frac{0.7 \times 0.6}{0.7 \times 0.6 + 0.4 \times 0.4} = 0.7241$$

$$p(\text{coin 2} | H) = 0.2759$$

$$\text{say coin 1: } EP(\text{Expected payoff}) = 0.7241 \times 0 + 0.2759 \times -1 = -0.2759$$

$$\text{say coin 2: } EP(\text{Expected payoff}) = 0.7241 \times -1 + 0.2759 \times 0 = -0.7241$$

گزینه بهینه در این حالت می‌گوییم سکه ۱ پرتاب می‌شود.

تمرین: دو سکه اریب (*Biased*) با احتمال شیر آمدن به ترتیب ۰.۷ و ۰.۳ در نظر بگیرید. یک سکه از

این دو سکه با احتمال ۰.۵ انتخاب شود و این انتخاب دو بار تکرار می‌شود. اگر تعداد شیرها در دو تکرار درست پیش بینی شود جایزه ۲۵۰ دلار داده می‌شود.

الف) انتخاب بهینه چیست و مقدار امید بازه چقدر است؟

ب) فرض کنید که نتیجه یک پرتاب را می‌توانید مشاهده کنید. انتخاب شیر آمدن سکه بعدی چیست؟

ج) تصمیم بهینه چیست در صورت این که نتیجه اولین سکه را مشاهده می‌کنید. میزان امید بازه

چقدر است؟

د) اگر با پرداخت ۷۵ دلار بتوان نتیجه پرتاب اول را مشاهده کرد، آیا این هزینه ارزش پرداخت را دارد؟

حل:

الف)

گزینه	حالت	
	سکه ۱	سکه ۲
پیش بینی صفر شیر	۲۲,۵	۱۲۲,۵
پیش بینی ۱ شیر	۱۰۵	۱۰۵
پیش بینی ۲ شیر	۱۲۲,۵	۲۲,۵
احتمال وقوع	۰,۵	۰,۵

$$\text{predict } 0 H : EP = 0.5(22.5) + 0.5(122.5) = 72.5$$

$$\text{predict } 1 H : EP = 0.5(105) + 0.5(105) = 105$$

$$\text{predict } 2 H : EP = 0.5(122.5) + 0.5(22.5) = 72.5$$

گزینه بهینه پیشنهاد یک شیر با امید بازده ۱۰۵ دلار است.

(ب)

P(حالت نتیجه)			
حالت	احتمال	نتیجه	
		شیر	خط
سکه ۱	۰,۵	۰,۷	۰,۳
سکه ۲	۰,۵	۰,۳	۰,۷

نتیجه	احتمال	حالت	
		سکه ۱	سکه ۲
شیر	۰,۵	۰,۷	۰,۳
خط	۰,۵	۰,۳	۰,۷

ج) اگر نتیجه پرتاب شیر باشد آنگاه داریم:

$$\text{predict } 0 H : EP = 0.7(22.5) + 0.3(122.5) = 52.5$$

$$\text{predict } 1 H : EP = 0.7(105) + 0.3(105) = 105$$

$$\text{predict } 2 H : EP = 0.7(122.5) + 0.3(22.5) = 92.5$$

گزینه بهینه پیش بینی تنها یک شیر است.

اگر نتیجه پرتاب خط باشد، آنگاه داریم:

$$\text{predict } 0 H : EP = 0.3(22.5) + 0.7(122.5) = 92.5$$

$$\text{predict } 1 H : EP = 0.3(105) + 0.7(105) = 105$$

$$\text{predict } 2 H : EP = 0.3(122.5) + 0.7(22.5) = 52.5$$

گزینه بهینه، پیش بینی یک شیر است.

چون $EP(H) = EP(T) = 105$ است لذا امید بازده برابر ۱۰۵ دلار می‌شود.

د) چون $105 - 105 = \$0 < \30 ارزش اطلاعات است، لذا بهتر است برای اطلاع از نتیجه اولین

پرتاب هزینه ای پرداخت نکرد.

تمرین: در روز دوشنبه، یک سهام مشخص با قیمت ۱۰ دلار بسته می‌شود. در روز سه شنبه انتظار

می‌رود که سهام در قیمت های ۹ دلار، ۱۰ دلار و ۱۱ دلار با احتمال ۰.۳، ۰.۳ و ۰.۴ بشود. در روز

چهارشنبه انتظار می‌رود که قیمت سهام با ۱۰ درصد زیر، بدون تغییر و ۱۰ درصد بالای قیمت روز سه

شنبه تعیین می‌شود که احتمال آن به صورت زیر محاسبه می‌شود.

قیمت امروز	۱۰ درصد زیر قیمت	عدم تغییر	۱۰ درصد بالای قیمت
\$۹	۰,۴	۰,۳	۰,۳
\$۱۰	۰,۲	۰,۲	۰,۶
\$۱۱	۰,۱	۰,۲	۰,۷

در روز سه شنبه، اعلام می‌شود که ۱۰۰ سهم تا قبل از روز پنج شنبه خریداری شود. تمامی خریدها در پایان روز انجام می‌شود. بنابراین برای خرید این ۱۰۰ سهم، می‌توان از قیمت‌های پایان روز سه شنبه و چهارشنبه استفاده کرد. به دنبال یافتن تصمیم بهینه هستید که آیا خرید در روز سه شنبه انجام شود و یا به روز چهارشنبه تعویق شود به نحویکه هزینه امید خرید کمینه شود. با استفاده از درخت تصمیم، سیاست بهینه را تعیین کنید.

حل:

استراتژی بهینه این است که تا روز چهارشنبه صبر کرد اگر قیمت در روز سه شنبه برابر ۹ دلار باشد. اگر قیمت سه شنبه برابر ۱۰ دلار و ۱۱ دلار باشد آنگاه خرید در روز سه شنبه انجام شود.



تمرین: مدیر اجرایی یک کارخانه مسئول بررسی برای تولید یک محصول جدید شده است. به علت مسئولیت وی، او تلاش می‌کند که بهترین تصمیم را با کمترین هزینه را اتخاذ نماید. با پیشنهاد سایر ادارات، به وی آقای فینتون *Fenton* پیشنهاد می‌شود که برای انجام پروژه توسعه مورد استفاده قرار گیرد.

بعد از محاسبه با آقای فینتون، مدیر اجرایی معتقد است که با احتمال ۷۵ درصد وی قادر به موفقیت در توسعه محصول است. اگر آقای فینتون موفق شود، ۴ میلیون دلار سود عاید شرکت می‌شود و در صورت شکست، ضرر معادل ۹۰۰۰۰۰ دلار عاید شرکت می‌شود.

با پرداخت هزینه ۳۵۰۰۰ دلار، یک شرکت مشاوره می‌تواند وضعیت آقای فینتون را از نظر احتمال قابلیت اعتماد بررسی کند. این فرایند با احتمال ۹۰ درصد جواب درست می‌دهد. به این معنا که با احتمال ۹۰ درصد، اگر آقای فینتون ادعا موفقیت کند، در کارش موفق خواهد بود.

تصمیم مدیر اجرایی این است که آیا آقای فینتون را استخدام کند و یا از مشاوره برای بررسی وضعیت آقای فینتون استفاده کند.

الف) درخت تصمیم این مسئله را رسم کنید.

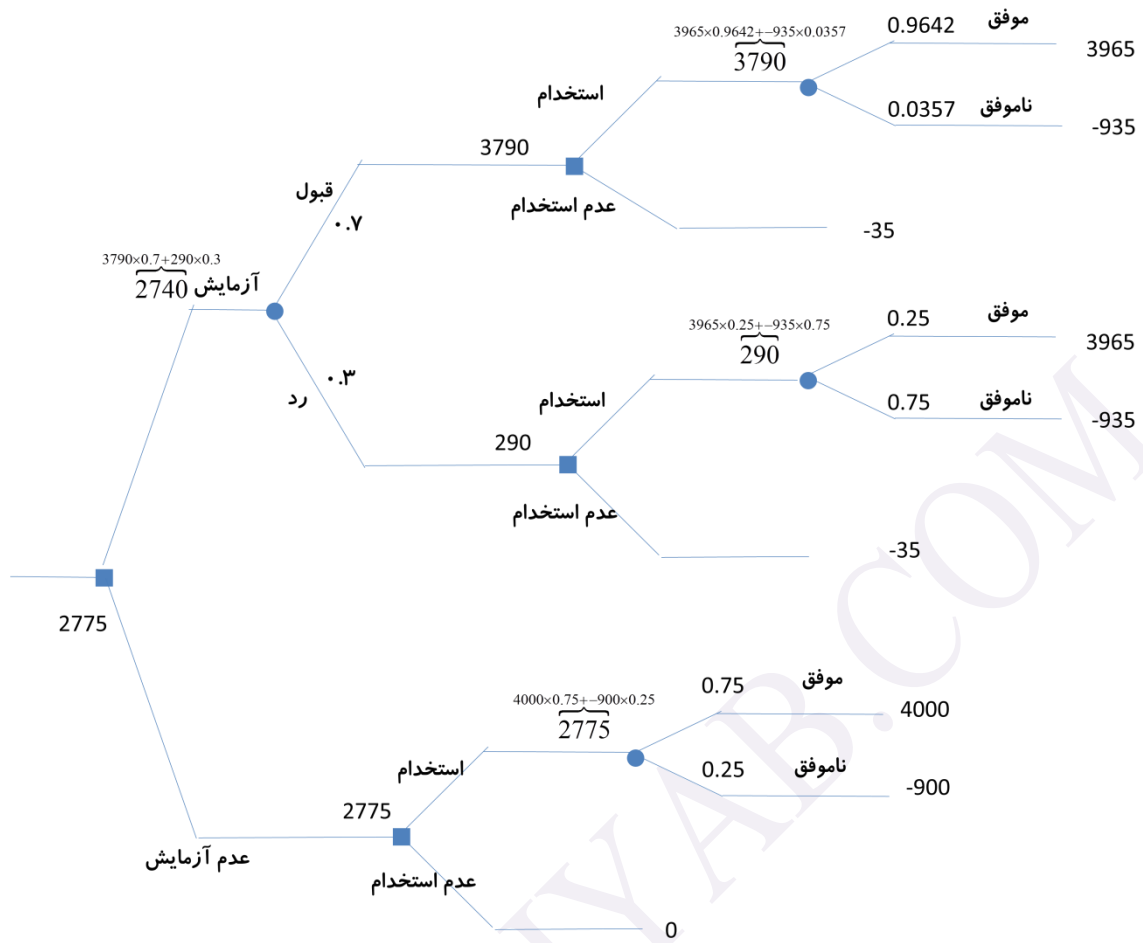
ب) احتمال وقوع حالات را محاسبه کنید.

ج) با آنالیز درخت تصمیم، تصمیم بهینه را بدست آورید.

د) حداکثر ارزش اطلاعات داده شده از طرف ادارات مرکزی چقدر است؟

حل:

الف) درخت تصمیم این مسئله به صورت زیر می‌شود.



ب) احتمالات وقوع به صورت زیر می شود.

P(حالت نتیجه)			
حالت	احتمال	نتیجه	
		قبول	رد
موفق	۰.۷۵	۰.۹	۰.۱
ناموفق	۰.۲۵	۰.۱	۰.۹

نتیجه حالت) P			
		حالت	
نتیجه	احتمال	موفق	ناموفق
قبول	۰.۷	۰.۹۶۴۲	۰.۰۳۵۷
رد	۰.۳	۰.۲۵	۰.۷۵

ج) سیاست بهینه عدم پرداخت هزینه برای آزمایش و استخدام فینتون است.

د) حتی اگر برای مشاوره پولی دریافت نشود در این صورت هم استخدام فینتون بهترین تصمیم است.

تمرین: یک شرکت تولیدی به دنبال معرفی یک محصول جدید است که انتظار می‌رود که با شانس ۵۰ - ۵۰ موفق می‌شود. یک گزینه این است که یک محصول آزمایشی به بازار عرضه شود که هزینه آن ۵ میلیون دلار می‌شود. ارایه این محصول آزمایشی قبل از معرفی کل محصول انجام می‌شود. تجربیات قبلی نشان می‌دهد که اگر یک محصول آزمایشی با موفقیت روبرو شود با احتمال ۸۰ درصد ارایه محصول در بازار با موفقیت روبرو خواهد بود. همچنین عدم موفقیت یک محصول در بازار با احتمال ۲۵ درصد در ارایه محصول آزمایشی پیش بینی می‌شود. اگر محصول در بازار با موفقیت روبرو شود شرکت ۴۰ میلیون دلار عایدی خواهد داشت و در صورت شکست شرکت با ضرر ۱۵ میلیون دلار روبرو خواهد بود.

الف) بدون توجه به ارایه محصول آزمایشی، کدام گزینه برای این شرکت توصیه می‌شود.

ب) امید بازده با اطلاعات کامل را محاسبه کنید.

ج) در این قسمت ارایه محصول آزمایشی را لحاظ کنید. با استفاده از درخت تصمیم، بهترین تصمیم را بدست آورید.

د) در میزان عایدی و ضرر عدم قطعیت وجود دارد. میزان عایدی می‌تواند از مقدار پایه همان ۴۰ میلیون دلار ۲۵ درصد تغییر داشته باشد. به این معنا که ۲۵ درصد کمتر و ۲۵ بیشتر از مقدار پایه، عایدی

بدست می‌آید. برای ضرر هم به صورت مشابه عمل می‌شود که ضرر ۲۵ درصد کمتر و ۲۵ درصد بیشتر از مقدار پایه همان ۱۵ میلیون محاسبه می‌شود. با استفاده از درخت تصمیم، سیاست بهینه و مقدار امید بازده را تعیین کنید.

حل:

الف) گزینه این است که محصول جدید معرفی شود و امید عایدی آن برابر با ۱۲.۵ میلیون دلار در نظر گرفته می‌شود.

گزینه	حالت		امید عایدی
	موفق	ناموفق	
معرفی محصول جدید	۴۰ میلیون دلار	۱۵- میلیون دلار	۱۲,۵ میلیون دلار
عدم معرفی محصول جدید	۰	۰	۰
احتمال وقوع	۰,۵	۰,۵	

ب) مقدار امید بازده با اطلاعات کامل برابر است با:

$$0.5 \times 40 + 0.5 \times 0 = 20$$

امید بازده بدون اطلاعات برابر است با: ۱۲.۵

ارزش اطلاعات برابر است با:

$$EVPI = 20 - 12.5 = \$7.5 \text{ million}$$

ج) سیاست بهینه این است که محصول آزمایشی ارایه نگردد و محصول جدید به بازار عرضه شود که عایدی این تصمیم برابر با ۱۲.۵ میلیون دلار است.

جزئیات محاسبه احتمالات به صورت زیر است:

معادل فارسی	معادل انگلیسی	مخفف انگلیسی
حالت موفقیت	<i>State of Successful</i>	SS
حالت عدم موفقیت	<i>State of Unsuccessful</i>	SU
نتیجه تولید شدن	<i>Finding of Successful</i>	FS
نتیجه تولید نشدن	<i>Finding of Unsuccessful</i>	FU

$$p(FS) = p(FS | SS)p(SS) + p(FS | SU)p(SU) = 0.8 \times 0.5 + 0.25 \times 0.5 = 0.525$$

$$p(FU) = 1 - p(FS) = 1 - 0.525 = 0.475$$

$$p(SS | FU) = \frac{p(FU \cap SS)}{p(FU)} = \frac{p(FU | SS)p(SS)}{p(FU)} = \frac{0.2 \times 0.5}{0.525} = 0.190$$

$$p(SS | FS) = \frac{p(FS \cap SS)}{p(FS)} = \frac{p(FS | SS)p(SS)}{p(FS)} = \frac{0.8 \times 0.5}{0.525} = 0.760$$

$$p(SU | FS) = \frac{p(FS \cap SU)}{p(FS)} = \frac{p(FS | SU)p(SU)}{p(FS)} = \frac{0.25 \times 0.5}{0.525} = 0.238$$

$$p(SU | FU) = \frac{p(FU \cap SU)}{p(FU)} = \frac{p(FU | SU)p(SU)}{p(FU)} = \frac{0.75 \times 0.5}{0.475} = 0.789$$

خلاصه نتایج احتمالات به صورت زیر می‌شود.

P(حالت نتیجه)			
		نتیجه	
حالت	احتمال	تولید شود	تولید نشود
موفق	۰,۵	۰,۸	۰,۲
ناموفق	۰,۵	۰,۲۵	۰,۷۵

نتیجه حالت) P			
		حالت	
نتیجه	احتمال	موفق	ناموفق
تولید شود	۰,۵۲۵	۰,۷۶۱	۰,۲۳۸
تولید نشود	۰,۴۷۵	۰,۲۱۰	۰,۷۸۹

برای دریافت بسته‌های آموزشی گروه **بهینه‌یاب** به وب سایت ما به نشانی

www.behinehyab.com مراجعه کنید.

در صورت هر گونه سوال از طریق ایمیل به نشانی behinehyab@gmail.com و یا

بخش "تماس با ما" وب سایت گروه **بهینه‌یاب** با ما در تماس باشید.

با تشکر از توجه شما

گروه آموزشی **بهینه‌یاب**