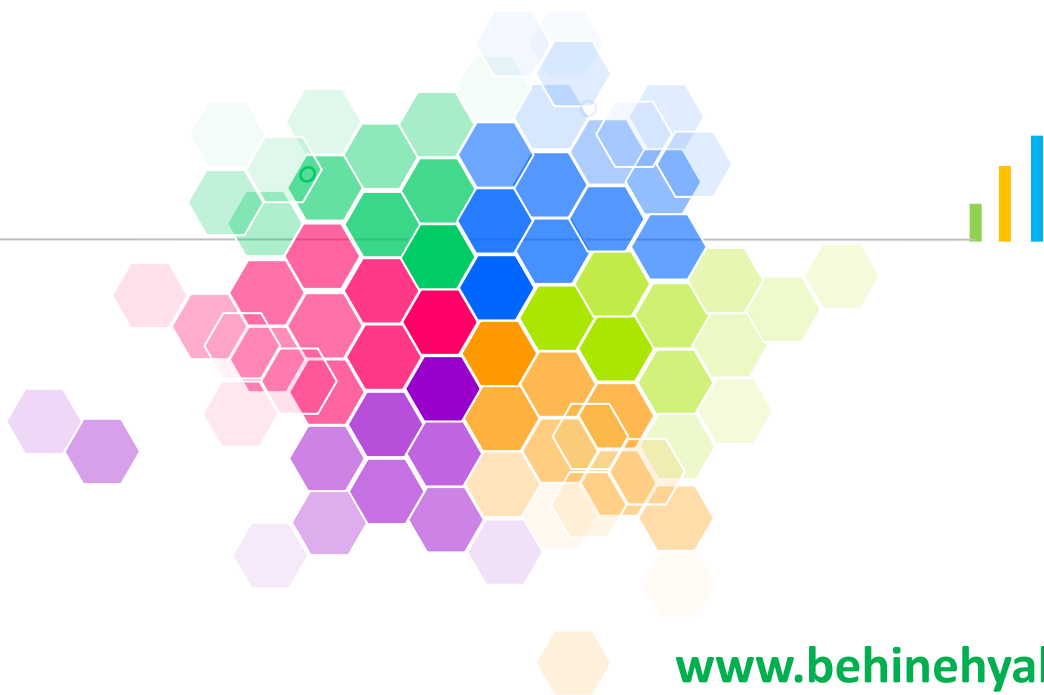


به نام خدا

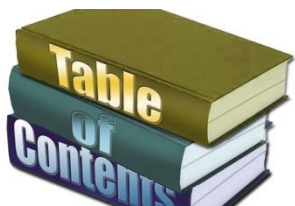


# درس ۲۲: مبانی شبیه سازی



# فهرست مطالب

مقدمه	۱
مفاهیم شبیه سازی	۲
مراحل شبیه سازی	۳
سیستم صف	۴
مسئله روزنامه فروش	۵
سیستم های کنترل موجودی	۶



## مقدمه

**شبیه‌سازی** تقلیدی از عملکرد فرایند یا سیستم **واقعی** با گذشت زمان است. شبیه‌سازی، صرفه نظر از این که دستی یا به وسیله کامپیوتر انجام می‌شود، به ایجاد ساختگی تاریخچه سیستم، و بررسی آن به منظور دستیابی به نتیجه‌گیری‌هایی در مورد ویژگی‌های عملکرد سیستم واقعی مربوط می‌شود.

همچنانکه یک سیستم با گذشت زمان تغییر می‌کند، می‌توان رفتار آن با ایجاد مدل شبیه‌سازی بررسی کرد. این مدل معمولاً به شکل مجموعه‌ای از فرض‌های مربوط به عملکرد سیستم است. با ایجاد و معتبرسازی مدل، می‌توان آن را برای یافتن پرسش "**چه می‌شود اگر**" در مورد سیستم واقعی به کار برد.

## مقدمه

شبیه‌سازی چه وقت ابزار مناسبی شمرده می‌شود

- ۱- به وسیله شبیه‌سازی، بررسی و آزمایش رابطه‌های متقابل هر سیستم یا زیر سیستم پیچیده میسر خواهد بود.
- ۲- تغییرات اطلاعاتی، سازمانی و محیطی را می‌توان شبیه‌سازی کرد و به مشاهده تاثیر این تغییرات بر رفتار مدل پرداخت.
- ۳- از طریق طراحی مدل شبیه‌سازی، ممکن است به هنگام پیشنهاد انجام اصلاحات در سیستم به کار رود.

۴- با ایجاد تغییر در ورودی‌های شبیه‌سازی و بررسی خروجی‌ها می‌توان شناخت ارزشمندی در مورد چگونگی رابطه متقابل آن‌ها بدست آورد.

۵- شبیه‌سازی را می‌توان به منظور تحقیق و بررسی پاسخ‌های مدل‌های تحلیلی مورد استفاده قرار داد تا از نتیجه و اثر واقعی جواب‌های بدست آمده از مدل‌های تحلیلی مطلع شد.

## مقدمه

### مزایا و معایب شبیه‌سازی

مزایای شبیه‌سازی به صورت زیر است:

- ۱- می‌توان از مدل شبیه‌سازی برای تحلیل طرح‌های پیشنهادی استفاده کرد و دیگر نیاز به پیاده‌سازی طرح‌های پیشنهادی در سیستم واقعی برای بررسی طرح‌ها نیست.
- ۲- معمولا دستیابی به داده‌های شبیه‌سازی بسیار کم هزینه‌تر از فراهم آوردن داده‌های مربوط به سیستم واقعی است.

- ۳- به کار بردن روش‌های شبیه‌سازی معمولاً آسانتر از روش‌های تحلیلی است. بنابراین، شمار استفاده کنندگان بالقوه روش‌های شبیه‌سازی بسیار بیشتر از روش‌های تحلیلی است.
- ۴- در حالی که معمولاً مدل‌های تحلیلی به فرض‌های ساده‌کننده متعددی نیاز دارند تا از لحاظ ریاضی کاربرد پذیر شوند، ولی مدل‌های شبیه‌سازی چنین محدودیت‌هایی ندارد.

از **معایب** روش‌های شبیه‌سازی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱- معمولاً، به اجراهای فراوانی در مورد هر مدل شبیه‌سازی نیازمندیم و همین مساله ممکن است به هزینه‌های محاسباتی زیاد منجر شود.
- ۲- در مواردی که روش‌های تحلیلی کافی به نظر می‌رسد استفاده از روش‌های شبیه‌سازی منجر به فراموشی روش‌های ریاضی می‌شود.



## مقدمه

### زمینه‌های کاربرد مدل‌های شبیه‌سازی

- ۱- شبیه‌سازی عملیات در فرودگاه‌های بزرگ توسط شرکت‌های هواپیمایی به منظور آزمودن تغییرات خطی مشی‌ها و عملکرد مانند ظرفیت نگهداری و تعمیر ادوات فرودگاه، و امکانات سوار و پیاده کردن مسافر.
- ۲- شبیه‌سازی عبور و مرور وسایل حمل‌ونقل از تقاطع‌های چراغدار با زمان بندی مشخص به منظور تعیین بهترین زمان بندی
- ۳- شبیه‌سازی عملیات نگهداری و تعمیر به منظور تعیین شمار بهینه افراد گروه‌های عملیاتی

۴- شبیه‌سازی اقتصاد کشور به منظور پیش بینی تاثیر تصمیمات مربوط به خط مشی اقتصادی

۵- شبیه‌سازی سیستم ارتباطات تلفنی به منظور تعیین ظرفیت اجزای مورد نظر به منظور

بیشینه سازی رضایت مردم

۶- شبیه‌سازی عملیات خط تولید به منظور تعیین مقدار فضای لازم برای انبار کردن مواد در

دست تولید

# مفاهیم شبیه سازی

## سیستم‌ها و پیرامون

برای مدل‌سازی سیستم، درک مفهوم سیستم و مرز سیستم لازم است. سیستم به منزله گروهی از اشیا تعریف می‌کنند که در راستای تحقق هدفی معین در چارچوب رابطه یا وابستگی منظم و به هم پیوسته باشند.

هر سیستم اغلب تحت تاثیر تغییراتی قرار می‌گیرد که در خارج از سیستم روی می‌دهند. گفته می‌شود که چنین تغییراتی در پیرامون سیستم روی می‌دهند. در سیستم‌ها لازم است که مرز بین سیستم و پیرامون آن تعیین شود. چگونگی تعیین این مرز ممکن است به مقصود از مطالعه سیستم بستگی داشته باشد.

# مفاهیم شبیه سازی

## اجزای سیستم

به منظور درک و تحلیل سیستم، چند واژه را تعریف می‌کنیم:

نهاد یا **Entity**، عنصر یا شی مورد توجه در سیستم است. **خاصیت** یا **Attribute** ویژگی نهاد است. **فعالیت** یا **Activity** بیانگر دوره ای زمانی با طول مشخص است.

مجموعه متغیرهای لازم برای تشریح سیستم در هر زمان، با توجه به اهداف بررسی را متغیرهای حالت سیستم یا **State variables** تعریف می‌کنیم.

# مفاهیم شبیه سازی

پیشامد یا **Event** را رویدادی لحظه ای تعریف می کنیم که بتواند حالت سیستم را تغییر دهد. واژه درون زا یا **Internal** به منظور تشریح فعالیت‌ها و پیشامدهای که در درون سیستم رخ می دهد و واژه برون زا یا **External** به منظور تشریح فعالیت‌ها و پیشامدهای پیرامونی که سیستم را تحت تاثیر قرار می دهند بکار می رود.

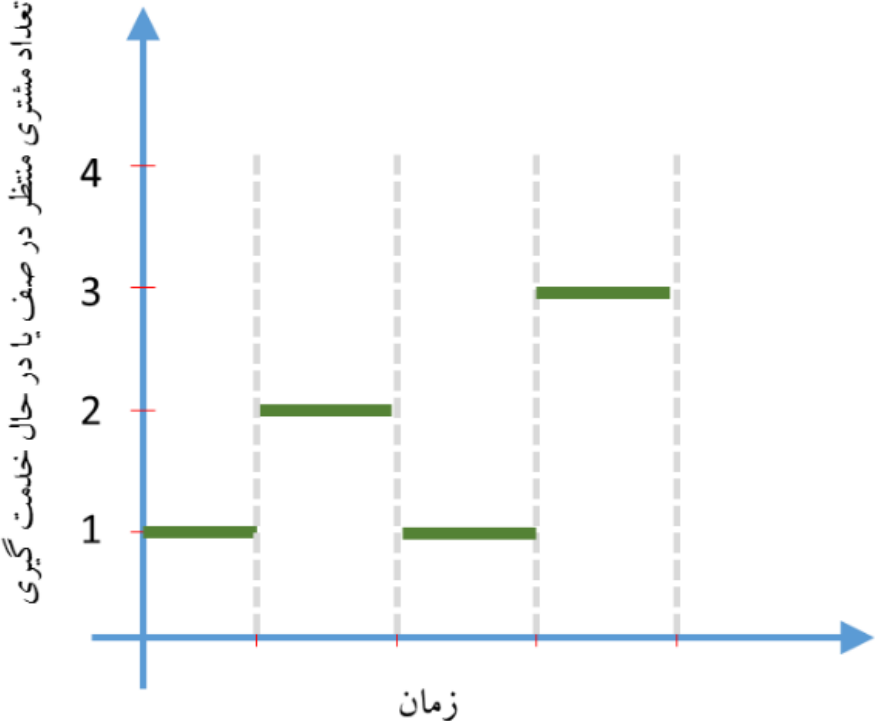
سیستم	نهادها	خصیصه‌ها	فعالیت‌ها	پیشامدها	متغیرهای حالت
قطار	مسافران	مبدا مقصد	سفر	ورود به ایستگاه، رسیدن به مقصد	تعداد مسافران منتظر در هر ایستگاه، تعداد مسافران در سفر
بانک	مشتریان	مانده حساب جاری	سپرده گذاری	ورود و خروج از بانک	تعداد خدمت دهنده‌ها، تعداد مشتریان منتظر
ارتباطات	پیام‌ها	طول و مقصد	مخابره	ورود به مقصد	تعداد پیام‌ها در انتظار مخابره

# مفاهیم شبیه سازی

## سیستم‌های گسسته و پیوسته

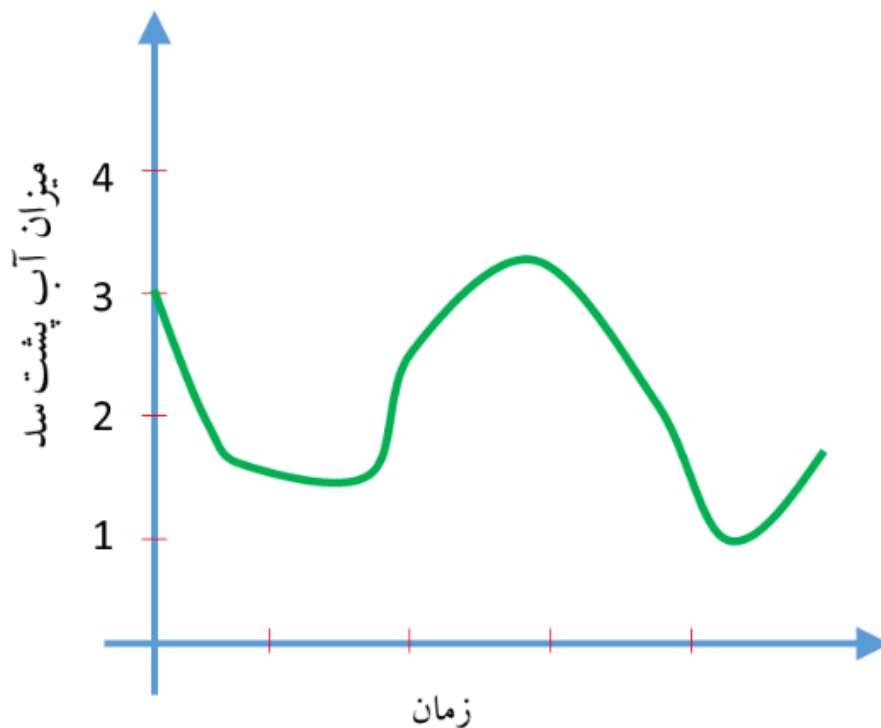
سیستم‌ها را می‌توان در دو رده گسسته یا *Discrete* و پیوسته یا *Continuous* جا داد. سیستم

گسسته، سیستمی است که متغیرهای حالت در آن تنها در مجموعه‌ای از نقاط گسسته زمان تغییر کند.



# مفاهیم شبیه سازی

سیستم پیوسته، سیستمی است که متغیر(های) حالت در آن به صورت پیوسته در طول زمان تغییر کند. برای مثال، میزان آب پشت سد است.



## مراحل شبیه سازی

- ۱- **صورت بندی مسئله:** هر بررسی مبتنی بر شبیه‌سازی را باید با صورت بندی مسئله شروع کرد و تحلیلگر از درک درست درباره مسئله اطمینان حاصل کند.
- ۲- **تعیین اهداف و طرح کلی پروژه:** اهداف شبیه‌سازی پرسش‌هایی را مطرح می‌کند که باید پاسخ آن‌ها را با استفاده از شبیه‌سازی بدست آورد.
- ۳- **مدلسازی:** ساختن مدل سیستم را کاری هنری و علمی می‌شناسند. مناسب ترین شیوه مدل سازی، آغاز کار با مدل ساده و پیچیده کردن تدریجی آن است. توصیه می‌شود که استفاده کننده از مدل در ساختن مدل حضور یابد.



## مراحل شبیه سازی

۴- **گردآوری داده‌ها:** بین ساختن مدل و گردآوری داده‌های ورودی، رابطه متقابل مداومی وجود دارد. گردآوری داده‌ها بخش بزرگی از مجموع مدت مورد نیاز برای انجام شبیه‌سازی را در بر می‌گیرد.

۵- **برنامه نویسی:** چون شبیه‌سازی سیستم‌های واقعی به مدل‌هایی نتیجه می‌شود که به مقدار زیادی ذخیره‌سازی و محاسبات اطلاعاتی نیاز دارند، مدل را باید برای کامپیوتر رقمی برنامه نویسی کرد.

۶- **وارسی برنامه:** واریسی مربوط به برنامه کامپیوتری آماده شده برای مدل شبیه‌سازی است. آیا برنامه کامپیوتری به خوبی کار می‌کند؟

## مراحل شبیه سازی

۷- **معتبرسازی مدل:** معتبرسازی مدل به معنای مشخص کردن این است که آیا مدل معرف دقیقی از سیستم واقعی است یا نه؟

۸- **طرح آزمایشی:** در هر طرح آزمایشی باید تصمیم‌های در مورد طول مدت اجراهای شبیه‌سازی و تعداد تکرار هر اجرا اتخاذ کرد.

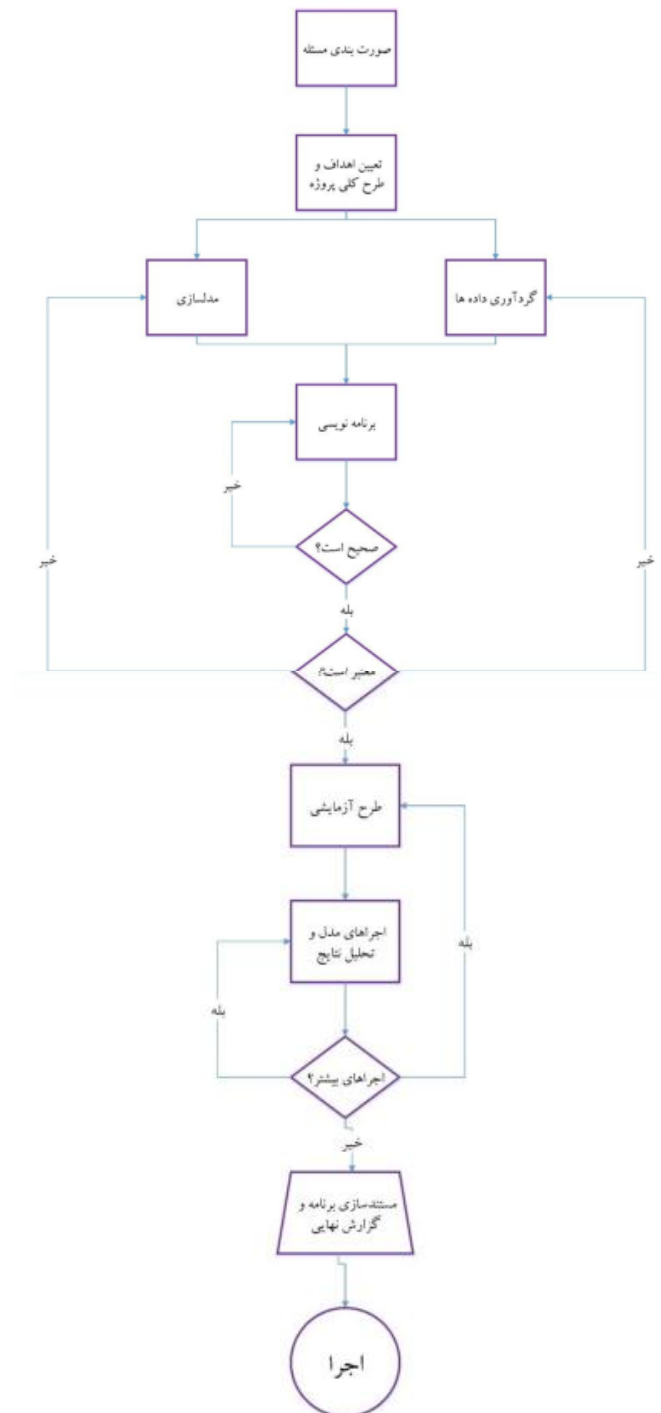
۹- **اجراهای مدل و تحلیل نتایج:** اجراهای مکرر مدل و سپس تحلیل آن‌ها به منظور تعیین معیارهای عملکرد از سیستمی که شبیه‌سازی می‌شوند، در این بخش انجام می‌شود.

## مراحل شبیه سازی

۱۰- **اجراهای بیشتر:** براساس اجراهای کامل شده، تحلیل گر تعیین می کند که آیا اجراهای دیگری مورد نیاز است یا نه و اگر چنین است، این اجراها از چه طرحی باید پیروی کنند.

۱۱- **مستند سازی برنامه و گزارش نتایج:** به دلایل متعددی، مستند سازی برنامه لازم است. اگر قرار باشد برنامه توسط همان تحلیلگر یا تحلیل گران دیگر باز هم مورد استفاده واقع شود، مستند سازی لازم است.

۱۲- **اجرا:** موفقیت گام اجرا به این موضوع بستگی دارد که یازده مرحله قبلی چقدر خوب انجام شده است. موفقیت این مرحله همچنین به میزان شرکت دادن استفاده کننده نهایی مدل در تمام فرایندهای شبیه سازی از سوی طراح سیستم، بستگی دارد.



## سیستم صف

در یک سیستم صف؛ تعداد جمعیت متقاضی، چگونگی و زمان ورود و خدمت دهی، ظرفیت سیستم و نظام صف مشخص می‌شود. در این سیستم، جمعیت متقاضی نامحدود است یعنی اگر یک نفر از جمعیت متقاضی وارد سیستم شود و به صف انتظار ملحق شود یا به محل دریافت خدمت برود، هیچ گونه تغییری در آهنگ ورود متقاضیان دیگر نخواهد داد.

ورودها به صورت تصادفی رخ می‌دهد و اگر واردشدگان به صف انتظار ملحق شوند، سرانجام خدمت دریافت خواهند کرد. در ضمن، زمان خدمت دهی تصادفی است و در قالب توزیع احتمالی تعیین می‌شوند که با گذشت زمان بدون تغییر می‌ماند. ظرفیت سیستم نیز نامحدود است.

## سیستم صف

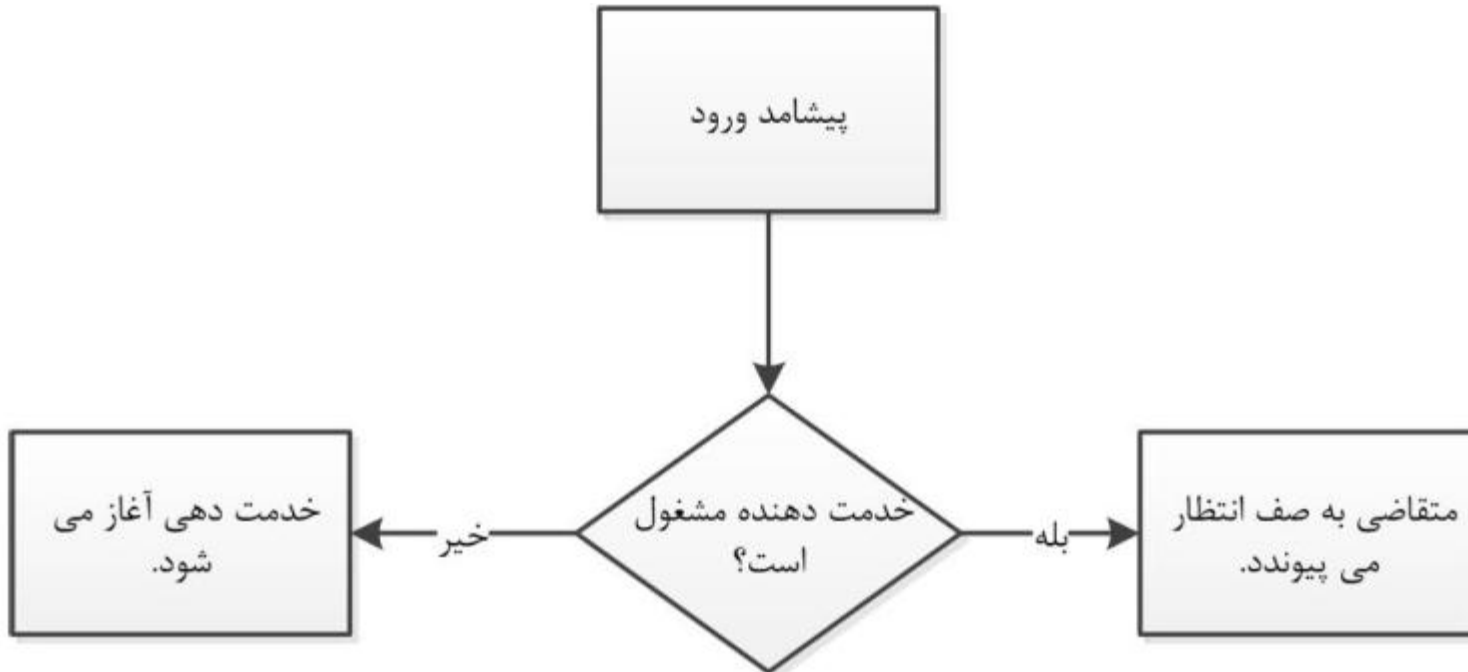
سیستم، واحد در حال دریافت خدمت و آن‌هایی که در صف انتظارند را در بر می‌گیرد. سرانجام، متقاضیان ورود از یک نظام خدمت دهی مثلا هر کسی زودتر وارد سیستم شود زودتر خدمت دهی به آن انجام می‌شود، پیروی می‌کند.

زمان ورودی‌ها و زمان خدمت دهی‌ها با توزیع‌های احتمالی مدت بین دو ورود متوالی و مدت‌ها خدمت دهی مشخص می‌شوند. به طور کلی، آهنگ ورود باید از آهنگ خدمت دهی کمتر باشد، در غیر این صورت، طول صف انتظار به مرور به طور نامحدود افزایش می‌یابد.

**حالت سیستم**، تعداد حاضران در سیستم و وضعیت خدمت دهنده از لحاظ مشغول بودن یا بیکار بودن است. در مساله تک خدمت ده، تنها **دو** پیشامد ممکن است حالت سیستم را تغییر دهد. این دو پیشامد **ورود** یک متقاضی (پیشامد ورود) و پیشامد **تکمیل** خدمتدهی به یک متقاضی (پیشامد ترک) است. سیستم صف در برگیرنده خدمت دهنده، متقاضی در حال خدمتگیری و حاضران در صف است.

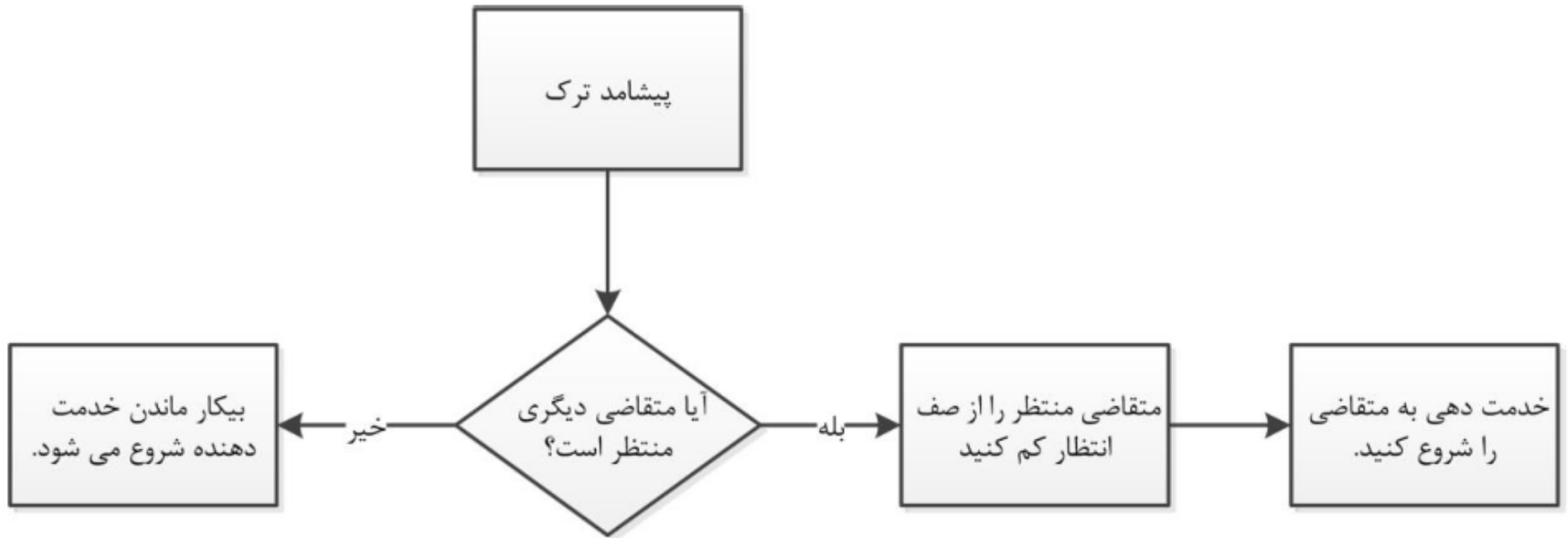
## سیستم صف

**پیشامد ورود** وقتی رخ می‌دهد که یک متقاضی به سیستم وارد شود. متقاضی ممکن است که خدمت دهنده را بیکار یا مشغول بیابد. بنابراین یا بر خدمت دهنده وارد می‌شود یا به صف خدمت دهنده ملحق می‌شود.





پیشامد ترک وقتی روی می‌دهد که خدمت دهی یک متقاضی تکمیل شود. در این صورت شبیه‌سازی مطابق شکل زیر ادامه می‌یابد.



عملیات‌های متصور به هنگام ورود یک متقاضی به سیستم به صورت جدول زیر می‌شود

		وضعیت صف	
		غیر خالی	خالی
وضعیت خدمت دهنده	مشغول	ورود به صف	ورود به صف
	بیکار	غیر ممکن	شروع به خدمت دهی

## سیستم صف

عامل تصادف برای تقلید زندگی واقعی، با استفاده از **اعداد تصادفی** میسر است. اعداد تصادفی به طور **یکنواخت و مستقل** در بازه صفر تا یک توزیع می‌شود

در مسئله تک مجرای صف، مدت‌ها بین دو ورود و مدت‌های خدمت دهی براساس اعداد تصادفی تعیین می‌شود. فرض کنید که مدت‌های بین ورودها با پنج بار ریختن یک تاس عادل و ثبت عدد وجه بالایی نمایان شده است تولید می‌شود.

مدت بین دو ورود	زمان ورود بر حسب ساعت شبیه سازی	مشتری
-	۰	۱
۲	۲	۲
۴	۶	۳
۱	۷	۴
۲	۹	۵
۶	۱۵	۶

مقادیر ممکن خدمت دهی، یک، دو، سه و چهار واحد زمانی است. اعداد یک تا چهار را بر روی مهره بنویسیم و در داخل کلاه بیاندازیم و هر بار یکی را بیرون بیاورد و بعد از دیدن عدد روی مهره آن را دوباره در داخل کلاه بگذاریم.

مدت خدمتدهی	مشتری
۲	۱
۱	۲
۳	۳
۲	۴
۱	۵
۴	۶

# سیستم صف

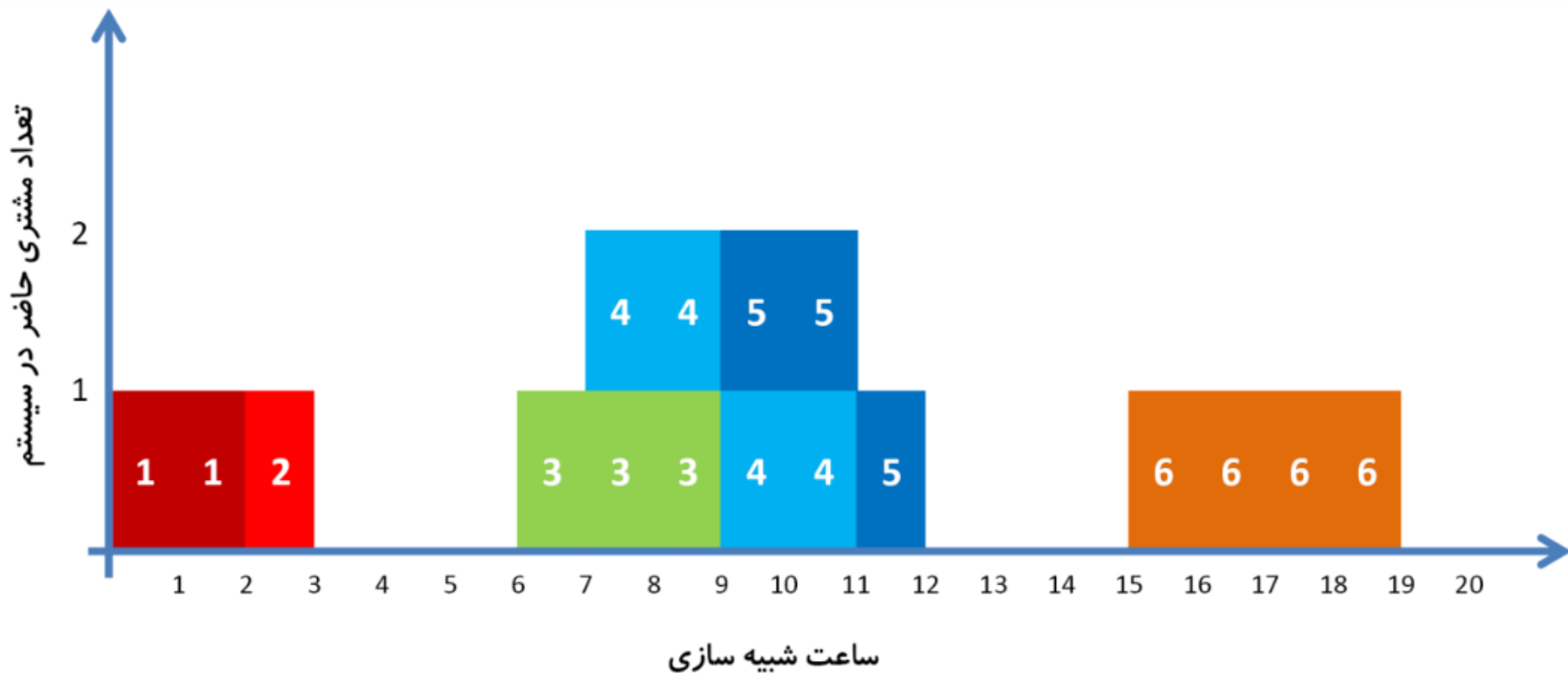
نوع پیشامد	مشتری	ساعت شبیه سازی
ورود	۱	۰
ترک	۱	۲
ورود	۲	۲
ترک	۲	۳
ورود	۳	۶
ورود	۴	۷
ترک	۳	۹
ورود	۵	۹
ترک	۴	۱۱
ترک	۵	۱۲
ورود	۶	۱۵
ترک	۶	۱۹

# سیستم صف



مشتری	زمان ورود به سیستم	مدت خدمت دهی	زمان شروع خدمت دهی	زمان پایان خدمت دهی
۱	۰	۲	۰	۲
۲	۲	۱	۲	۳
۳	۶	۳	۶	۹
۴	۷	۲	۹	۱۱
۵	۹	۱	۱۱	۱۲
۶	۱۵	۴	۱۵	۱۹

# سیستم صف



# سیستم صف

## مثال صف تک خدمت دهنده

یک فروشگاه مواد غذایی تنها با یک باجه صندوق دارد. مشتری‌ها به طور تصادفی با فواصل زمانی یک تا هشت دقیقه به صندوق فروشگاه مراجعه می‌کنند.

مدت های بین ورود (دقیقه)	احتمال	احتمان تجمعی
۱	۰,۱۲۵	۰,۱۲۵
۲	۰,۱۲۵	۰,۲۵
۳	۰,۱۲۵	۰,۳۷۵
۴	۰,۱۲۵	۰,۵
۵	۰,۱۲۵	۰,۶۲۵
۶	۰,۱۲۵	۰,۷۵۰
۷	۰,۱۲۵	۰,۸۷۵
۸	۰,۱۲۵	۱



## سیستم صف

مدت زمان خدمت دهی از یک تا شش دقیقه تغییر می کند که احتمال وقوع هر یک از این شش عدد با احتمالات نامساوی از جدول زیر پیروی می کند.

احتمان تجمعی	احتمال	مدت خدمت دهی (دقیقه)
۰,۱	۰,۱	۱
۰,۳	۰,۲	۲
۰,۶	۰,۳	۳
۰,۸۵	۰,۲۵	۴
۰,۹۵	۰,۱	۵
۱	۰,۰۵	۶

## تعیین مدت‌های بین دو ورود متوالی

مدت بین دو ورود (دقیقه)	عدد تصادفی	مشتری	مدت بین دو ورود (دقیقه)	عدد تصادفی	مشتری
۱	۰,۱۰۹	۱۱	-	-	۱
۱	۰,۰۹۳	۱۲	۸	۰,۹۱۳	۲
۵	۰,۶۰۷	۱۳	۶	۰,۷۲۷	۳
۶	۰,۷۳۸	۱۴	۱	۰,۰۱۵	۴
۳	۰,۳۵۹	۱۵	۸	۰,۹۴۸	۵
۸	۰,۸۸۸	۱۶	۳	۰,۳۰۹	۶
۱	۰,۱۰۶	۱۷	۸	۰,۹۲۲	۷
۲	۰,۲۱۲	۱۸	۷	۰,۷۵۳	۸
۴	۰,۴۹۳	۱۹	۲	۰,۲۳۵	۹
۵	۰,۵۳۵	۲۰	۳	۰,۳۰۲	۱۰

# سیستم صف

## تعیین مدت‌های زمان خدمت دهی

مدت خدمت دهی (دقیقه)	عدد تصادفی	مشتری	مدت خدمت دهی (دقیقه)	عدد تصادفی	مشتری
۳	۰,۳۲	۱۱	۴	۰,۸۴	۱
۵	۰,۹۴	۱۲	۱	۰,۱	۲
۴	۰,۷۹	۱۳	۴	۰,۷۴	۳
۱	۰,۰۵	۱۴	۳	۰,۵۳	۴
۵	۰,۷۹	۱۵	۲	۰,۱۷	۵
۴	۰,۸۴	۱۶	۴	۰,۷۹	۶
۳	۰,۵۲	۱۷	۵	۰,۹۱	۷
۳	۰,۵۵	۱۸	۴	۰,۶۷	۸
۲	۰,۳۰	۱۹	۵	۰,۸۹	۹
۳	۰,۵۰	۲۰	۳	۰,۳۸	۱۰

# سیستم صف

مدت مشتری در سیستم (دقیقه)	مدت ماندن مشتری در سیستم (دقیقه)	زمان پایان خدمت	مدت ماندن مشتری در صف (دقیقه)	زمان شروع خدمت	مدت خدمت دهی (دقیقه)	زمان ورود	مدت از آخرین ورود (دقیقه)	مشتری
۰	۴	۴	۰	۰	۴	۰	-	۱
۴	۱	۹	۰	۸	۱	۸	۸	۲
۵	۴	۱۸	۰	۱۴	۴	۱۴	۶	۳
۰	۶	۲۱	۳	۱۸	۳	۱۵	۱	۴
۲	۲	۲۵	۰	۲۳	۲	۲۳	۸	۵
۱	۴	۳۰	۰	۲۶	۴	۲۶	۳	۶
۴	۵	۳۹	۰	۳۴	۵	۳۴	۸	۷
۲	۴	۴۵	۰	۴۱	۴	۴۱	۷	۸
۰	۷	۵۰	۲	۴۵	۵	۴۳	۲	۹
۰	۷	۵۳	۴	۵۰	۳	۴۶	۳	۱۰
۰	۹	۵۶	۶	۵۳	۳	۴۷	۱	۱۱
۰	۱۳	۶۱	۸	۵۶	۵	۴۸	۱	۱۲
۰	۱۲	۶۵	۸	۶۱	۴	۵۳	۵	۱۳
۰	۷	۶۶	۶	۶۵	۱	۵۹	۶	۱۴
۰	۹	۷۱	۴	۶۶	۵	۶۲	۳	۱۵
۰	۵	۷۵	۱	۷۱	۴	۷۰	۸	۱۶
۰	۷	۷۸	۴	۷۵	۳	۷۱	۱	۱۷
۰	۸	۸۱	۵	۷۸	۳	۷۳	۲	۱۸
۰	۶	۸۳	۴	۸۱	۲	۷۷	۴	۱۹
۰	۴	۸۶	۱	۸۳	۳	۸۲	۵	۲۰
۱۸	۱۲۴		۵۶		۶۸			مجموع

## ۱- متوسط مدت انتظار هر مشتری در صف:

$$\text{متوسط مدت انتظار هر مشتری در صف بر حسب دقیقه} = \frac{\text{مجموع مدت انتظار مشتریان در صف بر حسب دقیقه}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}}$$

$$= \frac{56}{20} = 2.8 \text{ min}$$

۲- احتمال بودن هر مشتری در صف:

$$\text{احتمال انتظار در سیستم برای خدمت‌گیری} = \frac{\text{تعداد مشتریانی که در انتظار می‌مانند}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}}$$

$$= \frac{13}{20} = 0.65$$

## ۳- احتمال بیکاری خدمت دهنده:

$$\text{احتمال بیکاری خدمت دهنده} = \frac{\text{مجموع مدت بیکاری خدمت دهنده بر حسب دقیقه}}{\text{مجموع مدت اجرای شبیه سازی بر حسب دقیقه}}$$
$$= \frac{18}{86} = 0.21$$

احتمال مشغول بودن خدمت دهنده برابر با ۰,۷۹ یا ۰,۲۱-۱ است.

## سیستم صف

۴- متوسط زمانی که خدمت دهنده در حال خدمت دهی:

$$\text{متوسط مدت خدمت دهی} = \frac{\text{مجموع مدت خدمت دهی بر حسب دقیقه}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}}$$

$$= \frac{68}{20} = 3.4 \text{ min}$$

همان طور که در ابتدای این مثال بیان شد مدت زمان خدمت دهی دارای یک تابع توزیع احتمالی

است لذا مقدار امید ریاضی زمان خدمت دهی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{امید ریاضی مدت خدمت دهی} = 1 \times 0.1 + 2 \times 0.2 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.25 + 5 \times 0.1 + 6 \times 0.05 = 3.2 \text{ min}$$



## سیستم صف

۵- متوسط مدت بین دو ورود متوالی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{متوسط مدت زمان بین دو ورود بر حسب دقیقه} = \frac{\text{مجموع تمام مدت زمانی بین دو ورود بر حسب دقیقه}}{\text{تعداد ورودی منهای یک}}$$

$$= \frac{82}{19} = 4.3 \text{ min}$$

مشابه مدت زمان خدمت دهی، مدت زمان بین دو ورود به صورت احتمالی است که امید ریاضی

مدت زمان بین دو ورود با توجه به یکنواخت بودن تابع توزیع برابر با  $\frac{1+8}{2} = 4.5$  می‌شود.

## ۶- متوسط زمان انتظار مشتریانی که در صف انتظار خدمت:

مجموع مدتی که مشتریان در صف به انتظار می مانند بر حسب دقیقه =  $\frac{\text{مجموع تعداد مشتریانی که در صف به انتظار می مانند}}{\text{متوسط مدت انتظار انهایی که در صف هستند بر حسب دقیقه}}$

$$= \frac{56}{13} = 4.3 \text{ min}$$

## سیستم صف

۷. متوسط مدت زمانی هر مشتری در سیستم:

$$\text{متوسط مدت ماندن مشتری در سیستم بر حسب دقیقه} = \frac{\text{مجموع مدت زمان بودن مشتریان در سیستم}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}}$$

$$= \frac{124}{20} = 6.2 \text{ min}$$

این معیار را به نحو دیگری هم می توان محاسبه کرد. در این صورت، متوسط زمان بودن در

سیستم، برابر متوسط مدت زمانی که مشتری در صف بعلاوه متوسط زمان مشتری برای خدمت دهی

است.

$$\text{متوسط مدت زمانی مشتری} + \text{متوسط مدت زمانی مشتری در صف} = \text{متوسط مدت ماندن مشتری در سیستم}$$

در حال خدمت گیری  
بر حسب دقیقه

$$= 2.8 + 3.4 = 6.2 \text{ min}$$

## مسئله روزنامه فروش

روزنامه فروش، هر نسخه روزنامه را به ۱۳ واحد پول می‌خرد و به ۲۰ واحد پول می‌فروشد. روزنامه‌های فروش نرفته در انتهای روز به عنوان باطله و هر نسخه به ۲ واحد پول فروخته می‌فروشد. روزنامه در بسته‌های ده تایی قابل خریدن است و روزنامه فروش تنها می‌تواند مضارب ۱۰ (مثلا ۵۰، ۶۰ و ..) روزنامه بخرد. با توجه به نوع اخبار، سه نوع روز **خوب**، **متوسط** و **بد** با احتمالات ۰٫۳۵، ۰٫۴۵ و ۰٫۲ متصور است.

نوع روز			مقدار تقاضا
بد	متوسط	خوب	
۰٫۴۴	۰٫۱	۰٫۰۳	۴۰
۰٫۲۲	۰٫۱۸	۰٫۰۵	۵۰
۰٫۱۶	۰٫۴	۰٫۱۵	۶۰
۰٫۱۲	۰٫۲	۰٫۲	۷۰
۰٫۰۶	۰٫۰۸	۰٫۳۵	۸۰
۰	۰٫۰۴	۰٫۱۵	۹۰
۰	۰	۰٫۰۷	۱۰۰

## مسئله روزنامه فروش

هدف این مسئله تعیین تعداد بهینه روزنامه‌هایی است که روزنامه فروش باید بخرد. با شبیه‌سازی تقاضا برای ۲۰ روز و ثبت سود ناشی از فروش روزانه، این هدف را بررسی کنید.

درآمد ناشی از فروش روزنامه باطله + سود از دست رفته به خاطر فزونی تقاضا - هزینه خرید روزنامه - درآمد ناشی از فروش = سود

برای بدست آوردن مقدار تصادفی برای تعیین نوع روز و مقدار تقاضا، می‌بایستی تابع توزیع

تجمعی احتمالی را بدست آورد:

نوع روز	احتمال	احتمال تجمعی	ارتقام تصادفی
خوب	۰,۳۵	۰,۳۵	۱ الی ۳۵
متوسط	۰,۴۵	۰,۸	۳۶ الی ۸۰
بد	۰,۲	۱	۸۱ الی ۱۰۰

# مسئله روزنامه فروش

تخصیص اعداد تصادفی			توزیع تجمعی			مقدار تقاضا
بد	متوسط	خوب	بد	متوسط	خوب	
۱ الی ۴۴	۱ الی ۱۰	۱ الی ۳	۰,۴۴	۰,۱	۰,۰۳	۴۰
۴۵ الی ۶۶	۱۱ الی ۲۸	۴ الی ۸	۰,۲۲	۰,۱۸	۰,۰۵	۵۰
۶۷ الی ۸۲	۲۹ الی ۶۸	۹ الی ۲۳	۰,۱۶	۰,۴	۰,۱۵	۶۰
۸۳ الی ۹۴	۶۹ الی ۸۸	۲۴ الی ۴۳	۰,۱۲	۰,۲	۰,۲	۷۰
۹۵ الی ۱۰۰	۸۹ الی ۹۶	۴۴ الی ۷۸	۰,۰۶	۰,۰۸	۰,۳۵	۸۰
-	۹۷ الی ۱۰۰	۷۹ الی ۹۳	۰	۰,۰۴	۰,۱۵	۹۰
-	-	۹۴ الی ۱۰۰	۰	۰	۰,۰۷	۱۰۰

# مسئله روزنامه فروش

روز	ارقام تصادفی برای تعیین نوع روز	نوع روز	ارقام تصادفی برای تقاضا	تقاضا	درآمد حاصل به خاطر فرونی تقاضا	سود از دست رفته به خاطر فرونی تقاضا	درآمد ناشی از فروش به قیمت باطله	سود روزانه
۱	۹۴	بد	۸۰	۶۰	۱۲۰۰	-	۲۰	۳۱۰
۲	۷۷	متوسط	۲۰	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۳	۴۹	متوسط	۱۵	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۴	۴۵	متوسط	۸۸	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۵	۴۳	متوسط	۹۸	۹۰	۱۴۰۰	۱۴۰	-	۳۵۰
۶	۳۲	خوب	۶۵	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۷	۴۹	متوسط	۸۶	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۸	۰۰	بد	۷۳	۶۰	۱۲۰۰	-	۲۰	۳۱۰
۹	۱۶	خوب	۲۴	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۱۰	۲۴	خوب	۶۰	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	--	۴۲۰
۱۱	۳۱	خوب	۶۰	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	--	۴۲۰
۱۲	۱۴	خوب	۲۹	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۱۳	۴۱	متوسط	۱۸	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۱۴	۶۱	متوسط	۹۰	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۱۵	۸۵	بد	۹۳	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۱۶	۰۸	خوب	۷۳	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۱۷	۱۵	خوب	۲۱	۶۰	۱۲۰۰	-	۲۰	۳۱۰
۱۸	۹۷	بد	۴۵	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۱۹	۵۲	متوسط	۷۶	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۲۰	۷۸	متوسط	۹۶	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۷۲۶۰		مجموع			۲۵۸۰۰	۵۶۰	۲۲۰	۷۲۶۰

## مسئله روزنامه فروش

در روز ۱ تقاضا برای روزنامه ۶۰ و در آمد ناشی از فروش ۶۰ روزنامه برابر با ۱۲۰۰ است و هزینه خرید ۷۰ روزنامه هر روزنامه ۱۳ واحد پول برابر با ۹۱۰ واحد پول است. در پایان این روز ۱۰ روزنامه باقی می ماند زیرا ۷۰ روزنامه سفارش داده شده است. روزنامه های باقی مانده با قیمت ۲ واحد پول و در مجموع ۲۰ واحد پول عایدی روزنامه فروش می شود. لذا سود روزنامه فروش در روز اول برابر است با:

$$\text{سود} = ۱۲۰۰ - ۹۱۰ - ۰ + ۲۰ = ۳۱۰$$



## مسئله روزنامه فروش

در روز پنجم تقاضا بیش از عرضه است. در آمد ناشی از فروش ۱۴۰۰ واحد پول است زیرا ۷۰ روزنامه سفارش داده شده است. چون در این روز تقاضا ۹۰ روزنامه بوده است لذا ۲۰ روزنامه دیگر روزنامه فروش می‌توانست بفروشد و چون هزینه فروش ۲۰ و هزینه خرید ۱۳ بوده است سود از دست رفته برابر با ۷ خواهد بود و لذا روزنامه فروش ۱۴۰ واحد پول (7×20) ضرر کرده است. سود این روز به صورت زیر می‌شود.

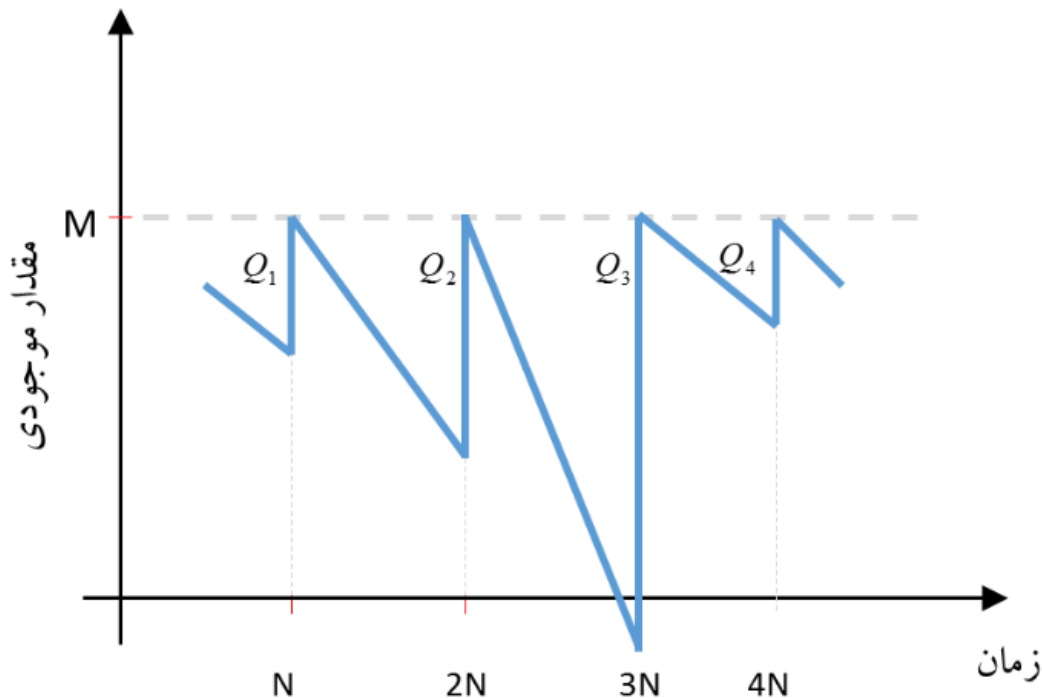
$$\text{سود} = ۱۴۰۰ - ۹۱۰ - ۱۴۰ + ۰ = ۳۵۰$$

سود یک دوره شبیه‌سازی ۲۰ روزه برابر با ۷۲۶۰ می‌شود که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{سود} = ۲۵۸۰۰ - ۱۸۲۰۰ - ۵۶۰ + ۲۲۰ = ۷۲۶۰$$

## شبیه سازی سیستم های موجودی

رده مهمی از مسائل شبیه سازی به سیستم های موجودی مربوط است. سیستم ساده موجودی در شکل زیر نشان داده شده است.



# سیستم های موجودی

مثال: شبیه‌سازی سیستم موجودی  $(M, N)$

فرض کنید که بالاترین سطح موجودی،  $M$ ، برابر ۱۱ و دوره بررسی،  $N$ ، برابر ۵ روز در نظر گرفته شده است. در این مسئله به دنبال برآورد متوسط موجود انبار در پایان روز و تعداد روزهایی که شرایط کمبود به وجود می‌آید، از طریق شبیه‌سازی هستیم.

مقدار تقاضا	احتمال	احتمال تجمعی	ارقام تصادفی
۰	۰,۱	۰,۱	۱ الی ۱۰
۱	۰,۲۵	۰,۳۵	۱۱ الی ۳۵
۲	۰,۳۵	۰,۷	۳۶ الی ۷۰
۳	۰,۲۱	۰,۹۱	۷۱ الی ۹۱
۴	۰,۰۹	۱	۹۲ الی ۱۰۰

## سیستم های موجودی

مدت زمان تحویل سفارشات یک تابع توزیع تصادفی به صورت زیر است.

تخصیص ارقام تصادفی	احتمال تجمعی	احتمال	مهلت تحویل (روز)
۱ الی ۶	۰,۶	۰,۶	۱
۷ الی ۹	۰,۹	۰,۳	۲
۱۰	۱	۰,۱	۳

براساس ۵ دوره شبیه‌سازی، متوسط موجودی در پایان روز تقریبا برابر با  $3.5 \approx \frac{87}{25}$  می‌شود و

دو روز از ۲۵ روز این شبیه‌سازی با کمبود مواجه می‌شویم.

دور	روز	موجود در ابتدای روز	ارقام تصادفی برای تقاضا	تقاضا	موجودی در انتهای روز	مقدار کمبود	مقدار سفارش	ارقام تصادفی برای مهلت تحویل	روزهای مانده تا ورود سفارش	
۱	۱	۳	۲۴	۱	۲	۰	-	-	۱	
	۲	۲	۳۵	۱	۱	۰	-	-	۰	
	۳	۹	۶۵	۲	۷	۰	-	-	-	
	۴	۷	۸۱	۳	۴	۰	-	-	-	
	۵	۴	۵۴	۲	۲	۰	۹	۵	۱	
۲	۱	۲	۰۳	۰	۲	۰	-	-	۰	
	۲	۱۱	۸۷	۳	۸	۰	-	-	-	
	۳	۸	۲۷	۱	۷	۰	-	-	-	
	۴	۷	۷۳	۳	۴	۰	-	-	-	
	۵	۴	۷۰	۲	۲	۰	۹	۰	۳	
۳	۱	۲	۴۷	۲	۰	۰	-	-	۲	
	۲	۰	۴۵	۲	۰	۲	-	-	۱	
	۳	۰	۴۸	۲	۰	۴	-	-	۰	
	۴	۹	۱۷	۱	۴	۰	-	-	-	
	۵	۴	۰۹	۰	۴	۰	۷	۳	۱	
۴	۱	۴	۴۲	۲	۲	۰	-	-	۰	
	۲	۹	۸۷	۳	۶	۰	-	-	-	
	۳	۶	۲۶	۱	۵	۰	-	-	-	
	۴	۵	۳۶	۲	۳	۰	-	-	-	
	۵	۳	۴۰	۲	۱	۰	۱۰	۴	۱	
۵	۱	۱	۰۷	۰	۱	۰	-	-	۰	
	۲	۱۱	۶۳	۲	۹	۰	-	-	-	
	۳	۹	۱۹	۱	۸	۰	-	-	-	
	۴	۸	۸۸	۳	۵	۰	-	-	-	
	۵	۵	۹۴	۴	۱	۰	۱۰	۸	۱	
					۸۷	مجموع				

برای حل تمرین های تکمیلی در خصوص  
شبیه سازی، به جزوه این درس  
مراجعه کنید.

# با تشکر

راه های ارتباطی با ما

[www.behinehyab.com](http://www.behinehyab.com)

[behinehyab@gmail.com](mailto:behinehyab@gmail.com)