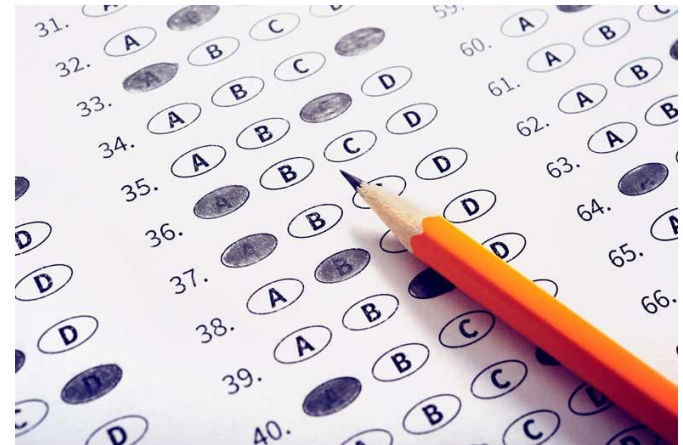
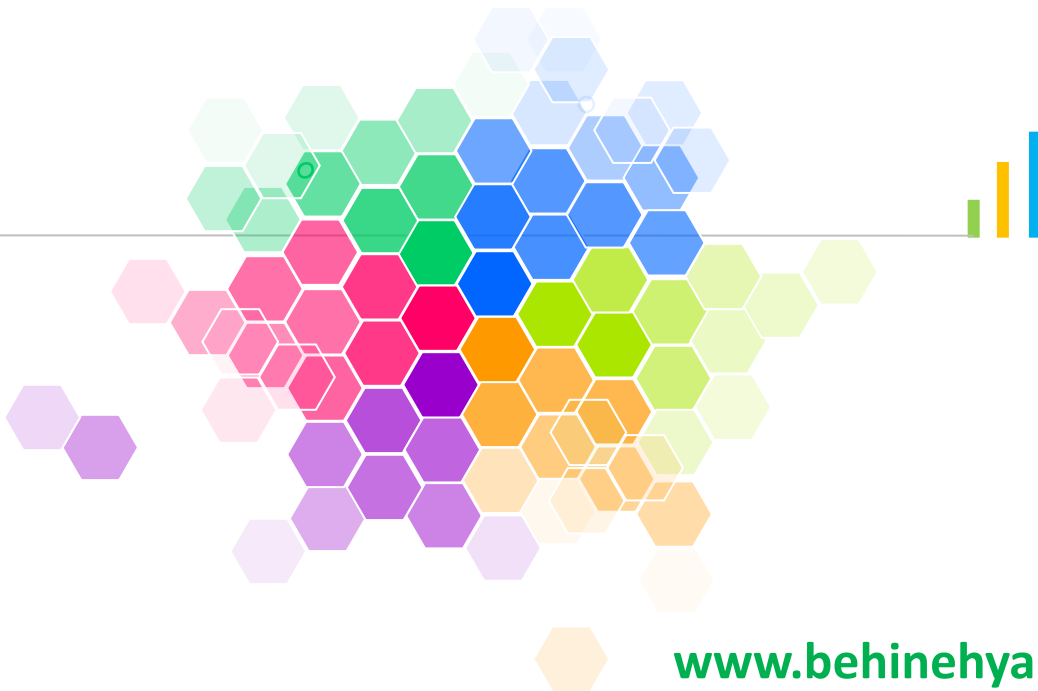


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۳۹۳



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱- در یک سیستم معادلات خطی $AX = b$ که در آن A یک ماتریس $(m \times n)$ و b یک بردار ستونی $(m \times 1)$ است. کدام حالت نمی‌تواند در جواب این سیستم اتفاق افتد؟

- (۱) دارای بیشمار جواب باشد.
- (۲) دارای جواب منحصر بفرد باشد.
- (۳) دارای تعداد محدودی جواب متفاوت باشد.
- (۴) دارای هیچ جوابی نباشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

در دستگاه معادلات، تعداد جواب ها یا بی شمار، یا یکتا و یا جواب ندارد. مثلاً:

$$x_1 + x_2 = 1 \rightarrow \text{no solution}$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 + x_2 = 1 \rightarrow \text{infinte solution}$$

$$x_1 + x_2 = 1 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = 0$$

$$x_1 - x_2 = 1$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- در مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر کلاً چند جواب پایه‌ای (موجه و غیرموجه) وجود دارد؟

$$\text{Max } z = x_1 + x_2$$

$$\text{S.t. (1)} \quad 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$$

$$(2) \quad x_1 + x_4 = 5$$

$$(3) \quad x_1 + 4x_2 + x_5 = 16$$

$$x_j \geq 0$$

$$7 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

$$10 \quad (1)$$

$$6 \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2$$

s.t.

$$1) 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$$

$$2) x_1 + x_4 = 5$$

$$3) x_1 + 4x_2 + x_5 = 16$$

مدل فوق را به صورت زیر می توان نوشت:

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2$$

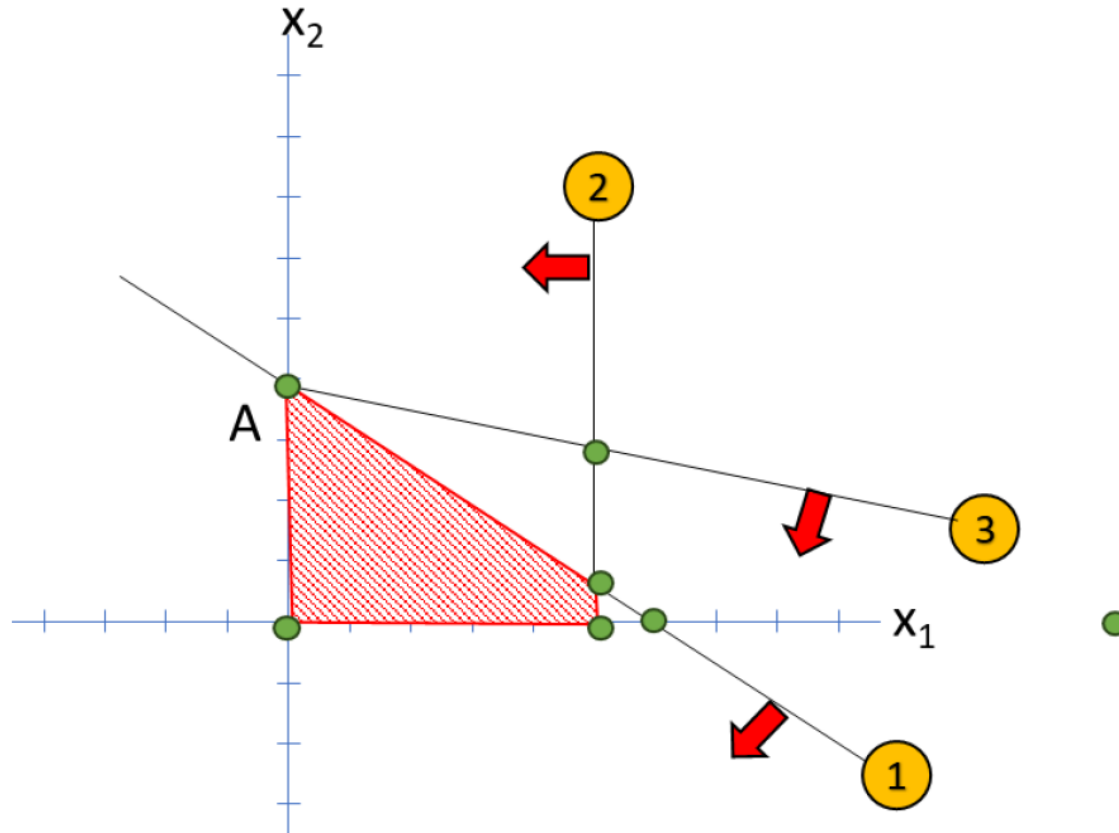
s.t.

$$1) 2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$2) x_1 \leq 5$$

$$3) x_1 + 4x_2 \leq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



نقطه A از برخورد سه محدودیت ایجاد می شود به عبارتی نقطه تباهیده است لذا سه پایه در اینجا همزمان قرار گرفته است لذا تعداد کل جواب های پایه (امکان پذیر یا امکان ناپذیر) برابر ۹ است. و هیچ گزینه ای درست نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- فرض کنید B_p ماتریس پایه الگوریتم سیمپلکس در تکرار p ام باشد و $B_0 = I$

در این صورت دترمینان B_p چه ارتباطی با عناصر پاشنه هر تکرار دارد؟

- (۱) حاصلضرب عناصر پاشنه از تکرار ۱ الی p
- (۲) حاصل جمع عناصر پاشنه از تکرار ۱ الی p
- (۳) حاصلضرب معکوس عناصر پاشنه از تکرار ۱ الی p
- (۴) حاصل جمع معکوس عناصر پاشنه از تکرار ۱ الی p

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با یک مثال به جواب درست می رسیم. مدل زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } 3x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

→

$$\text{Max } 3x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

مدل فوق را به جدول سیمپلکس منتقل می کنیم.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



متغیر پایه	X_1	X_2	S_1	S_2	RHS
Z	-3	-2	0	0	0
S_1	1	1	1	0	4
S_2	2	1	0	1	5
Z	0	-0.5	0	1.5	7.5
S_1	0	0.5	1	-0.5	1.5
X_1	1	0.5	0	0.5	2.5

ماتریس B_0 به صورت زیر است.

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \det(B_0) = 1$$

عنصر پاشنه در جدول فوق برابر ۲ است.

ماتریس B_1 به صورت زیر است.

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \rightarrow \det(B_1) = 0.5$$

لذا رابطه معکوس عنصر پاشه که برابر ۰.۵ می شود با دترمینان B_0 برابر است و گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- فرض کنید یک واحد تولیدی یک محصول تولید می‌کند. تقاضا برای این محصول (D) یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال f و تابع توزیع جمعی F می‌باشد. میزان تولید این محصول متغیر قطعی X است. با فرض اینکه هیچ محدودیتی روی تولید موجود نباشد، می‌خواهیم مقدار X را چنان تعیین کنیم که متوسط مازاد تولید یا مازاد تقاضا می‌نیمم شود. تابع هدف این مسأله، کدام است؟

$$\text{Min. } E(X - D) \quad (۱)$$

$$\text{Min. } E(D - X) \quad (۲)$$

$$\text{Min. } E(|D - X|) \quad (۳)$$

$$\text{Min. } \frac{E(|D - X|)}{۲} \quad (۴)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$|D - X|$ میزان مازاد یا کمبود تولید از تقاضا است لذا برای کمینه کردن آن مدل زیر را می نویسیم.

$$\text{Min}_X E(|D - X|)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۵- در مسأله برنامه‌ریزی ریاضی سؤال ۳۴، مقدار بهینه تولید عبارت است از:

- (۱) مقدار بهینه تولید برابر مُد توزیع احتمالی تقاضا است.
- (۲) مقدار بهینه تولید برابر میانه توزیع احتمالی تقاضا است.
- (۳) مقدار بهینه تولید برابر میانگین توزیع احتمالی تقاضا است.
- (۴) مقدار بهینه تولید یا X^* در رابطه $F(X^*) = \frac{1}{4}$ صدق می‌کند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$E(|D - X|) = \int_{-\infty}^{\infty} |D - x| f(D) dD = \int_{-\infty}^x (x - D) f(D) dD + \int_x^{\infty} (D - x) f(D) dD$$

$$= x \int_{-\infty}^x f(D) dD - \int_{-\infty}^x D f(D) dD + \int_x^{\infty} D f(D) dD - x \int_x^{\infty} f(D) dD$$

$$= x \left(1 - \int_x^{\infty} f(D) dD \right) - \left(\int_{-\infty}^{\infty} D f(D) dD - \int_x^{\infty} D f(D) dD \right)$$

$$+ \int_x^{\infty} D f(D) dD - x \int_x^{\infty} f(D) dD$$

$$= x - 2x \int_x^{\infty} f(D) dD - E(D) + 2 \int_x^{\infty} D f(D) dD$$

$$\text{Min } E(|D - X|) \Rightarrow \frac{dE}{dx} = 1 - 2 \int_x^{\infty} f(D) dD - 2x[-f(x)] + 2(-xf(x)) = 0 \rightarrow \int_x^{\infty} f(D) dD = 0.5$$

X میانه تابع احتمال تقاضا است و لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

* با توجه به اطلاعات سؤال ۳۶، سؤال‌های ۳۷ و ۳۸ را پاسخ دهید.
۳۶- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول سیمپلکس بهینه مربوط به آن را در نظر بگیرید:

Max $z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	b
$s.t. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$	1	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$
	0	$\frac{3}{5}$	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{8}{5}$
	0	1	0	-1	0	1	4
	0	$\frac{7}{5}$	0	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	$\frac{27}{5}$

سطر تابع هدف:

ضریب متغیر x_2 در تابع هدف (c_2) در چه محدوده‌ای می‌تواند تغییر کند، بدون اینکه مبنای (Basis) بهینه عوض شود؟

$$c_2 \leq \frac{12}{5} \quad (1)$$

$$0 \leq c_2 \leq 1 \quad (2)$$

$$1 \leq c_2 \leq 3 \quad (3)$$

(۴) تنها مقدار c_2 که منجر به مبنای بهینه خطی فعلی می‌شود، $c_2 = 1$ است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\frac{7}{5} - \Delta c \geq 0 \rightarrow \Delta c \leq \frac{7}{5} \rightarrow c_2 - 1 \leq \frac{7}{5} \rightarrow c_2 \leq \frac{12}{5}$$

لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- اگر ضریب متغیر x_1 در تابع هدف مسأله برنامه‌ریزی خطی شماره ۳۶ به مقدار کمی، مثلاً ε ، افزایش یابد به طوری که این تغییر باعث تغییر مبنای بهینه نشود، مقدار بهینه تابع هدف Z چقدر افزایش می‌یابد؟

(۱) 3ε

(۲) $\frac{27}{5}\varepsilon$

(۳) $\frac{1}{5}\varepsilon$

(۴) مقدار بهینه تابع هدف Z تغییری نمی‌کند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\begin{array}{ccc} 1 & \frac{1}{5} & \\ 0 & \frac{8}{5} & \\ 0 & \dots & \frac{1}{5}\varepsilon + \frac{27}{5} \\ -\varepsilon & \frac{27}{5} & \end{array}$$

مقدار تابع هدف $\frac{1}{5}\varepsilon$ افزایش می یابد و لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۸- اگر ضریب متغیر x_2 در تابع هدف مسأله برنامه‌ریزی خطی شماره ۳۶ به مقدار کمی، مثلاً ε ، افزایش یابد به طوری که این تغییر باعث تغییر مبنای بهینه نشود، مقدار بهینه تابع هدف Z چقدر افزایش می‌یابد؟

$$(1) \frac{7}{5}\varepsilon$$

$$(2) \varepsilon$$

$$(3) \frac{27}{5}\varepsilon$$

(۴) مقدار بهینه تابع هدف Z تغییری نمی‌کند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{5} & & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & & \frac{8}{5} \\ 1 & \cdots & 4 \\ \frac{7}{5} + \varepsilon & & \frac{27}{5} \end{array}$$

به دلیل این که متغیر x_2 غیر پایه است، افزایش در ضریب x_2 تاثیری مقدار تابع هدف ندارد لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- فرض کنید دو مسئله زیر دارای جواب شدنی می‌باشند:

$$\begin{cases} Z_1 = \text{Min} : f(x_1, x_2) + |a - h(x_1, x_2)| \\ \text{S.t. } g(x_1, x_2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_2 = \text{Min} : f(x_1, x_2) + a - h(x_1, x_2) + 2y \\ \text{S.t. } g(x_1, x_2) \leq 0 \quad a - h(x_1, x_2) + y \geq 0 \quad y \geq 0 \end{cases}$$

اگر $f(x_1, x_2)$ ، $h(x_1, x_2)$ و $g(x_1, x_2)$ توابعی برحسب x_1 و x_2 باشند، y یک متغیر مستقل از x_1 و x_2 فرض شود و a یک عدد ثابت صحیح باشد، آنگاه چه رابطه‌ای بین Z_1 و Z_2 وجود دارد؟

$$(1) \quad Z_1 \geq Z_2$$

$$(2) \quad Z_1 = Z_2$$

$$(3) \quad Z_2 \geq Z_1$$

(۴) اگر توابع $f(x_1, x_2)$ ، $h(x_1, x_2)$ و $g(x_1, x_2)$ غیرخطی باشند نمی‌توان قضاوت کرد

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$1 \rightarrow \begin{cases} a > h(x_1, x_2) \rightarrow \text{Min } f(x_1, x_2) + a - h(x_1, x_2) = Z_1^* \\ a < h(x_1, x_2) \rightarrow \text{Min } f(x_1, x_2) - a + h(x_1, x_2) = Z_1^* \end{cases}$$

$$2 \rightarrow \begin{cases} a > h(x_1, x_2) \rightarrow \text{Min } f(x_1, x_2) + a - h(x_1, x_2) + 2y \xrightarrow{y^*=0} f + a - h = Z_2^* \\ a < h(x_1, x_2) \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Min } f(x_1, x_2) + a - h(x_1, x_2) + 2y \\ y \geq h(x_1, x_2) - a \rightarrow 2y \geq 2h(x_1, x_2) - 2a \end{array} \right\} \rightarrow \geq f(x_1, x_2) - a + h(x_1, x_2) \end{cases}$$

لذا در هر دو حالت $Z_1^* = Z_2^*$ است و لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

* با توجه به اطلاعات سؤال ۴۰، سؤال‌های ۴۱ و ۴۲ را پاسخ دهید.
۴۰- فرض کنید که می‌خواهیم مسأله برنامه‌ریزی ریاضی زیر را با استفاده از برنامه‌ریزی پویا و با حرکت به جلو حل کنیم:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= x_1 x_2^2 x_3^3 \\ \text{S.t. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

* توجه کنید که متغیرهای مسأله لزوماً عدد صحیح نیستند.
تعریف متغیر حالت مرحله i (y_i) به کدام صورت زیر است؟
(۱) y_i همان x_i است.
(۲) حداکثر مقدار z مربوط به مراحل $1, 2, \dots, i$ است.
(۳) مقداری از منبع (۱۰) که به مجموع متغیرهای تصمیم مراحل $1, 2, \dots, i$ با توجه به ضرایب تخصیص یافته است.
(۴) مقداری از منبع (۱۰) که به مجموع متغیرهای تصمیم مراحل $i, i+1, \dots, 3$ با توجه به ضرایب تخصیص یافته است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

در این حالت، یک مدل برنامه ریزی حرکت به جلو داریم لذا از متغیر x_1 شروع می کنیم. در این حالت، متغیر حالت، مقدار استفاده شده از حد ۱۰ از متغیرهای x_1 تا x_i است لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۱- در مسأله برنامه‌ریزی ریاضی سؤال ۴۰، معادله تکراری مسأله برای حرکت به جلو، با فرض اینکه $f_i(y_i)$ حداکثر مقدار z مربوط به مراحل $1, 2, \dots, i$ باشد، عبارت است از:

$$f_i(y_i) = \max \{y_i^i + f_{i-1}(y_i - ix_i)\} \quad (1)$$

$$0 \leq x_i \leq \frac{y_i}{i}$$

$$f_i(y_i) = \max \{x_i^i \cdot f_{i-1}(y_i - ix_i)\} \quad (2)$$

$$0 \leq x_i \leq \frac{y_i}{i}$$

$$f_i(y_i) = \max \{y_i^i \cdot f_{i-1}(y_i - ix_i)\} \quad (3)$$

$$f_i(y_i) = \max \{y_i^{i-1} \cdot f_{i-1}(y_i - (i-1)x_i)\} \quad (4)$$

$$0 \leq x_i \leq \frac{y_{i-1}}{i-1}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

با توجه به حرکت رو به جلو بودن، متغیر x_i می تواند از ۰ تا $\frac{y_i}{i}$ تغییر کند. همچنین تابع هدف به صورت $x_i^i f_{i-1}(y_i - ix_i)$ می شود لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- مدل برنامه‌ریزی پویای سؤال ۴۰ را با حرکت به جلو حل کرده و جواب بهینه مسأله به همراه حداکثر مقدار تابع هدف کدام است؟

$$(۱) \quad X_1 = X_2 = X_3 = \frac{5}{3} \text{ و } \text{Max } z = \left(\frac{5}{3}\right)^6$$

$$(۲) \quad X_1 = X_2 = 1/5 \text{ و } X_3 = 1/833 \text{ و } \text{Max } z = 20/8$$

$$(۳) \quad X_1 = 3 \text{ و } X_2 = 2 \text{ و } X_3 = 1 \text{ و } \text{Max } z = 12$$

$$(۴) \quad X_1 = 2 \text{ و } X_2 = 1 \text{ و } X_3 = 2 \text{ و } \text{Max } z = 16$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

هر چهار گزینه در محدودیت ها صدق می کند. لذا از بین جواب تابع هدف گزینه ها بیشترین را باید انتخاب کرد.

$$\left. \begin{array}{l} 1) \frac{5^6}{3^6} \\ 2) 20.8 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5^6}{3^6} \boxed{?} 20.8 \rightarrow \underbrace{125 \times 125}_{15625} \boxed{>} \underbrace{20.8 \times 27 \times 27}_{15163}$$

لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- اگر (x_1^*, y_1^*) جواب مسئله $\begin{cases} \text{Max } f_1(x, y) = \ln x + \ln y \\ \text{S.t. } px + qy \leq r \end{cases}$ باشد و

(x_2^*, y_2^*) جواب مسئله $\begin{cases} \text{Max } f_2(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y} \\ \text{S.t. } px + qy \leq r \end{cases}$ باشد، آنگاه

کدام است؟ $\frac{x_1^* + y_1^*}{x_2^* + y_2^*}$

(۲) $\frac{(p+q)^2}{(p^2+q^2)}$

(۱) $\frac{(p^2+q^2)}{(p+q)^2}$

(۴) $\frac{2(p^2+q^2)}{(p+q)^2}$

(۳) $\frac{(p+q)^2}{2(p^2+q^2)}$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\ln x + \ln y$$

$$\text{Max } f_1(x, y) = s.t. \quad \rightarrow L(x, y, \lambda) = \ln x + \ln y + \lambda(r - px - qy)$$

$$px + qy \leq r$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{x} - \lambda p = 0 \rightarrow x = \frac{1}{\lambda p} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = r \rightarrow \lambda = \frac{2}{r}$$

$$\frac{dL}{dy} = \frac{1}{y} - \lambda q = 0 \rightarrow y = \frac{1}{\lambda q}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\text{Max } f_2(x, y) = s.t. \quad \rightarrow L(x, y, \lambda) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \lambda(r - px - qy)$$

$$px + qy \leq r$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \lambda p = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4\lambda^2 p^2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4\lambda^2 p} + \frac{1}{4\lambda^2 q} = r \rightarrow \lambda^2 = \frac{1}{4r} \frac{p+q}{pq}$$

$$\frac{dL}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}} - \lambda q = 0 \rightarrow y = \frac{1}{4\lambda^2 q^2}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$x_2^* = \frac{1}{4p^2 \frac{1}{4r} \left(\frac{p+q}{pq} \right)} = \frac{r}{p^2} \frac{pq}{p+q} = \frac{r}{p} \frac{q}{p+q}$$

$$y_2^* = \frac{1}{4q^2 \frac{1}{4r} \left(\frac{p+q}{pq} \right)} = \frac{r}{q^2} \frac{pq}{p+q} = \frac{r}{q} \frac{p}{p+q}$$

$$\frac{x_1^* + y_1^*}{x_2^* + y_2^*} = \frac{\frac{r}{2p} + \frac{r}{2q}}{\frac{r}{p} \frac{q}{p+q} + \frac{r}{q} \frac{p}{p+q}} = \frac{\frac{r}{2} \frac{p+q}{pq}}{r \frac{p^2 + q^2}{pq(p+q)}} = \frac{1}{2} \frac{(p+q)^2}{p^2 + q^2}$$

لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۴- اگر (x_1^*, x_2^*) جواب بهینه مطلق مسئله زیر را نشان دهد،

$$\text{Max : } -x_1^2 - x_2^2$$

$$\text{S.t. } (x_1 - 1)^2 - x_2^2 = 0$$

آن‌گاه، $x_1^* + x_2^*$ برابر کدام است؟

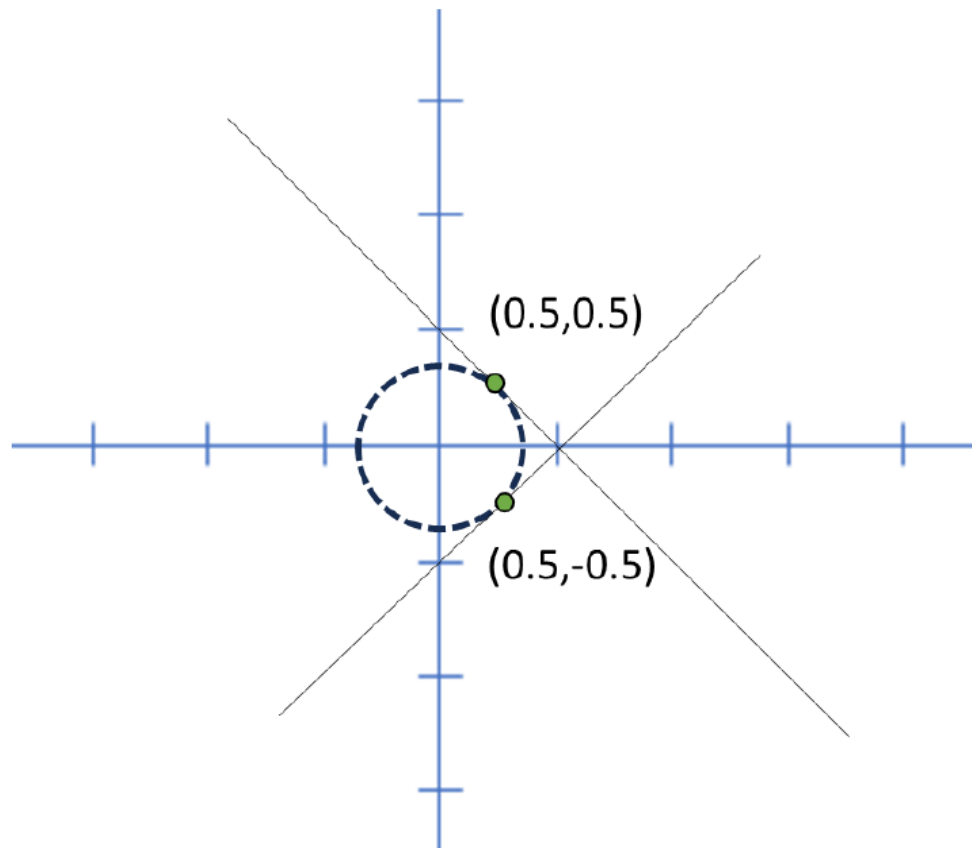
(۱) به تنهایی

(۲) ۱ به تنهایی

(۳) ۱ یا ۰

(۴) این مسئله جواب بهینه مطلق نمی‌تواند داشته باشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



پس

$$x_1 + x_2 = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- مقدار بهینه تابع هدف مسئله زیر برابر است با:

$$\text{Min} : 60x_1^{-3}x_2^{-2} + 50x_1^3x_2 + 20x_1^{-3}x_2^3$$

$$\text{S.t. } x_1 > 0, x_2 > 0$$

$$\left(\frac{60}{0.4}\right)^{-0.4} \left(\frac{50}{0.5}\right)^{-0.5} \left(\frac{20}{0.1}\right)^{-0.1} \quad (1)$$

$$\left(\frac{60}{0.4}\right)^{0.4} \left(\frac{50}{0.5}\right)^{0.5} \left(\frac{20}{0.1}\right)^{0.1} \quad (2)$$

$$\left(\frac{60}{0.4}\right)^6 \left(\frac{50}{0.5}\right)^3 \left(\frac{20}{0.1}\right)^9 \quad (3)$$

$$\left(\frac{60}{0.4}\right)^{-6} \left(\frac{50}{0.5}\right)^{-3} \left(\frac{20}{0.1}\right)^9 \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

از تابع هدف بر حسب x_1 و x_2 مشتق می گیریم و برابر صفر قرار می دهیم

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = -180x_1^{-4}x_2^{-2} + 150x_1^2x_2 - 60x_1^{-4}x_2^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = -120x_1^{-3}x_2^{-3} + 50x_1^3 + 60x_1^{-3}x_2^2$$

مشتق بر حسب x_1 و x_2 برابر صفر در نظر گرفته می شود.

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0:$$

$$-180x_1^{-4}x_2^{-2} + 150x_1^2x_2 - 60x_1^{-4}x_2^3 = 0$$

دو طرف را در $x_1^4x_2^4$ ضرب می کنیم و با مرتب سازی به صورت زیر می شود.

$$-180 + 150x_1^6x_2^3 - 60x_2^5 = 0$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

همین کار را برای مشتق با x_2 انجام می دهیم و با مرتبط سازی به رابطه زیر می رسیم.

$$50x_1^6 + 60x_2^5 = 120$$

برای یافتن جواب می بایستی معادله زیر را به صورت همزمان حل کرد.

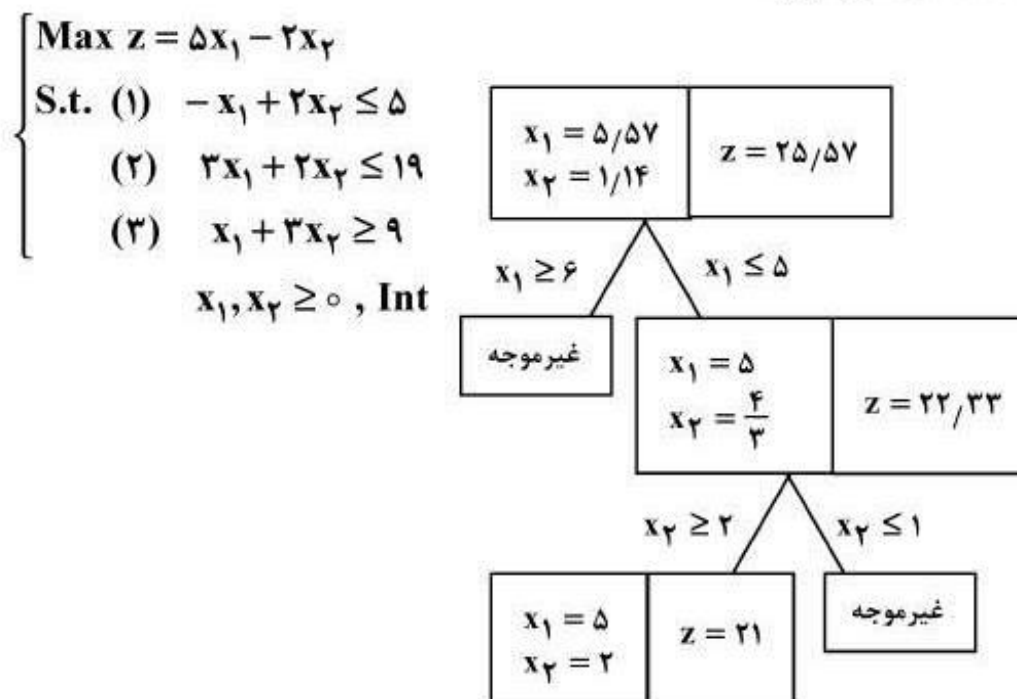
$$1. 150x_1^6x_2^3 - 60x_2^5 = 180$$

$$2. 50x_1^6 + 60x_2^5 = 120$$

گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

* با توجه به اطلاعات سؤال ۴۶، سؤال های ۴۷ و ۴۸ را پاسخ دهید.
۴۶- مسأله برنامه ریزی عدد صحیح خالص زیر را که با روش شاخه و کران حل شده است در نظر بگیرید:



در چند گره از درخت شاخه و کران می توانستیم بدون نیاز به روش ترسیمی یا سیمپلکس جواب گره را مشخص کنیم؟

- (۱) یک
(۲) دو
(۳) پنج
(۴) صفر (در تمام گره ها نیاز داریم)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$x_1 \geq 6 \rightarrow \text{cons}(3) \rightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 9 \rightarrow x_2 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 19 \rightarrow 18 + 2 = 20 \not\leq 19 \rightarrow \text{inf} \end{cases}$$

$$x_2 \leq 1, x_1 \leq 5 \rightarrow x_1 + 3x_2 \geq 9 \rightarrow 5 + 3 \not\geq 9 \rightarrow \text{inf}$$

پس دو نقطه یا گره را می توان بدون حل کردن سیمپلکس تعیین وضعیت کرد. لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۷- در سؤال ۴۶ تعداد جواب‌های موجه عدد صحیح که از درخت شاخه و کران بدست

آمده چند درصد کل جواب‌های موجه فضای عدد صحیح را تشکیل می‌داد؟

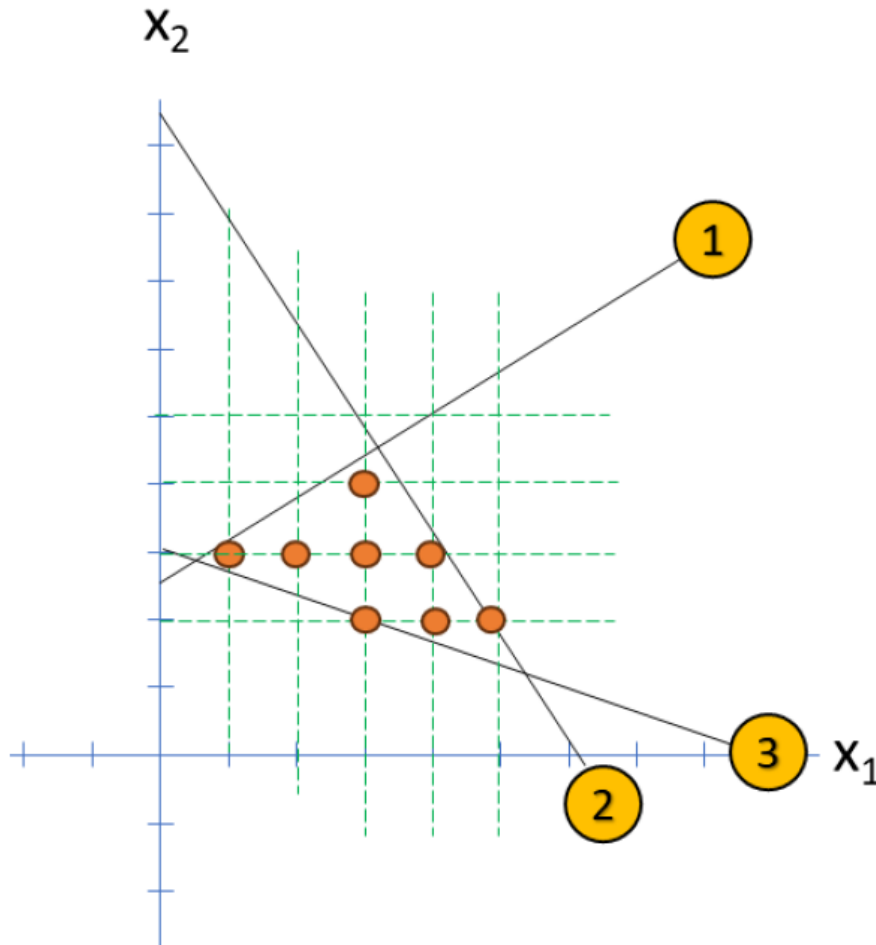
(۱) ۲۵

(۲) ۲۰

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲/۵

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۸ نقطه صحیح دارد لذا $1/8$ یا ۱۲.۵ درصد جواب مسئله است لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- در سؤال ۴۶ در صورتی که بخواهیم از روش صفحات برش استفاده نموده و در جواب آزادسازی خطی، سطر x_1 را به عنوان منبع برش انتخاب کنیم در این صورت نامعادله برش عبارت است از:

$$(۱) \quad x_1 \leq ۵$$

$$(۲) \quad x_1 \geq ۵$$

$$(۳) \quad x_1 + x_2 \leq ۷$$

$$(۴) \quad x_1 + x_2 \geq ۷$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	RHS
Z	1	-5	2	0	0	0	0
S ₁	0	-1	2	1	0	0	5
S ₂	0	3	2	0	1	0	19
S ₃	0	-1	-3	0	0	1	-9
Z	1	0	16/3	0	5/3	0	31 2/3
S ₁	0	0	8/3	1	1/3	0	11 1/3
X ₁	0	1	2/3	0	1/3	0	19/3
S ₃	0	0	-7/3	0	1/3	1	-8/3
Z	1	0	0	0			
S ₁	0	0	0	1			
X ₁	0	1	0	0	3/7	2/7	5 4/7
X ₂	0	0	1	0			

$$\left(\frac{3}{7} - \left[\frac{3}{7}\right]\right)s_2 + \left(\frac{2}{7} - \left[\frac{2}{7}\right]\right)s_3 \geq 5\frac{4}{7} - \left[5\frac{4}{7}\right] \rightarrow \frac{3}{7}s_2 + \frac{2}{7}s_3 \geq \frac{4}{7} \rightarrow 3s_2 + 2s_3 \geq 4$$

$$\rightarrow 3(19 - 3x_1 - 2x_2) + 2(-9 + x_1 + 3x_2) \geq 4 \rightarrow -7x_1 \geq -35 \rightarrow x_1 \leq 5$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۹- کدام جمله زیر نادرست است؟

- (۱) هر مسأله تخصیص می‌تواند به صورت یک مدل حمل و نقل نیز در نظر گرفته شود.
- (۲) هر مسأله حمل و نقل می‌تواند به صورت یک مدل تخصیص نیز در نظر گرفته شود.
- (۳) اگر تعداد سطرها و ستون‌های مدل تخصیص برابر نباشد روش مجارستانی می‌تواند جواب نادرست تولید کند.
- (۴) اگر C_{ij} کوچکترین هزینه در ردیف i و سطر j یک مدل تخصیص باشد در این صورت $X_{ij} = 1$ است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

گزینه ۱: مسئله تخصیص یک حالت خاص از مسئله حمل و نقل است لذا این گزینه درست است.

گزینه ۲: اگر محدودیت عرضه یا تقاضا بر مقدار عرضه و تقاضا تقسیم کنیم، مدل به صورت تخصیص در می آید. لذا این گزینه درست است.

گزینه ۳: مثال روبرو نشان می دهد که امکان حل مسئله تخصیص با مقدار برابر عرضه و تقاضا نیست. لذا این گزینه درست است.

i\j	1	2	
1	1	0	1->0
2		1	1->0
3		×	1
	1->0	1->0	

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

گزینه ۴:

	۲	۳	عرضه
۲	۱۰ ۱	۱۰۰ .	۱→۰
۳	۱۰۰ .	۱۰۰۰	۱
تقاضا	۱→۰	۱	

$$x_{11} = 1, x_{22} = 1 \rightarrow obj = 1010$$

$$x_{12} = 1, x_{21} = 1 \rightarrow obj = 200$$

لذا این گزینه درست نیست و جواب مسئله گزینه ۴ است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- در جدول حمل و نقل زیر متغیرهای وابسته به کدام خانه‌های جدول می‌توانند تشکیل یک جواب پایه‌ای را دهند؟

X_{11}	X_{12}	X_{13}	۴
X_{21}	X_{22}	X_{23}	۵
۳	۲	۴	

$$X_{11}, X_{12}, X_{22}, X_{21} \quad (۱)$$

$$X_{11}, X_{13}, X_{23}, X_{21} \quad (۲)$$

$$X_{12}, X_{13}, X_{23}, X_{22} \quad (۳)$$

$$X_{11}, X_{12}, X_{22}, X_{23} \quad (۴)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

	۱	۲	۳	عرضه
۱	۳ → ۱	۱ → ۱		۴ → ۱ → ۰
۲		۱ → ۴	۴ → ۰	۵ → ۴ → ۰
تقاضا	۳ → ۰	۲ → ۱	۴ → ۰	

$$x_{11} = 3, x_{12} = 1, x_{22} = 1, x_{23} = 4$$

لذا گزینه ۴ درست است.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com