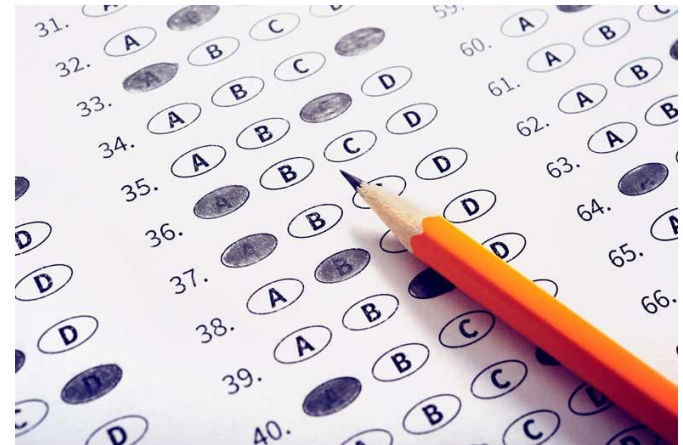
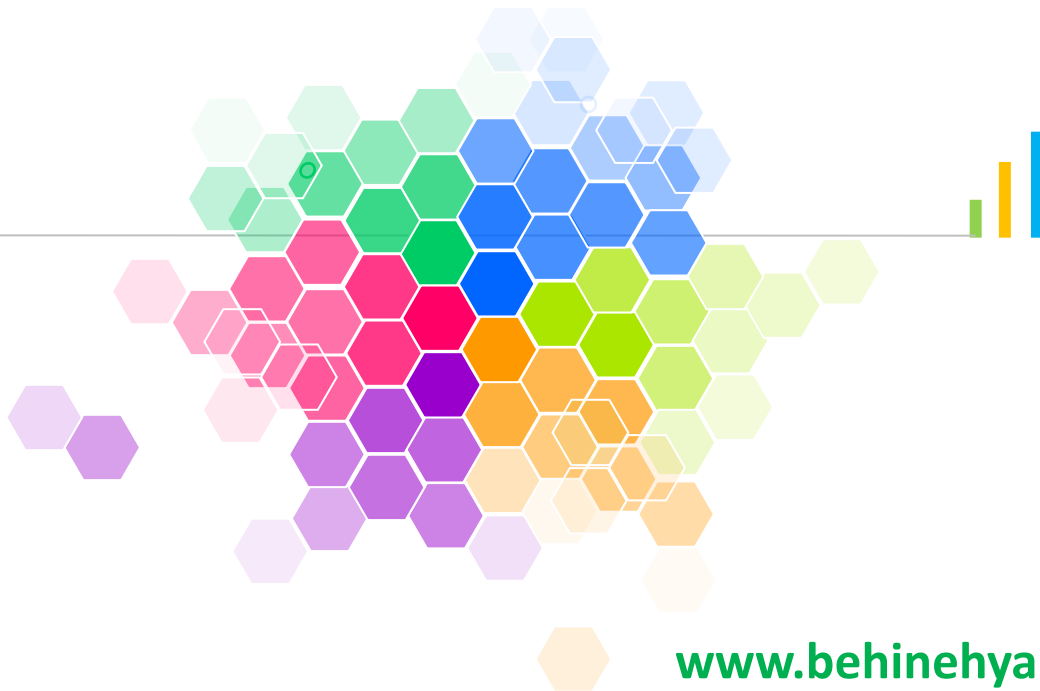


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۴۰۱

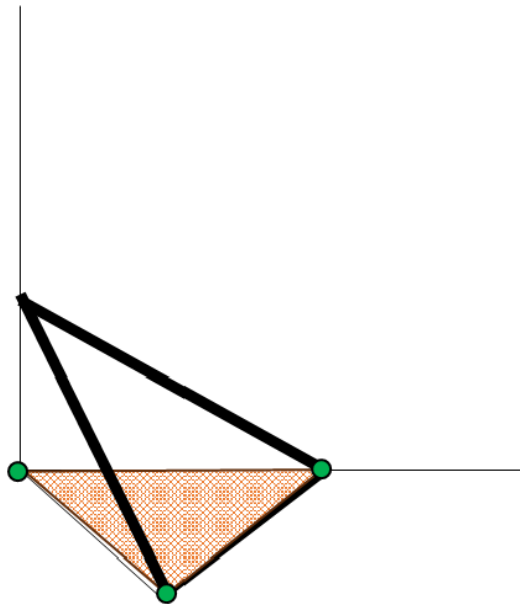


حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

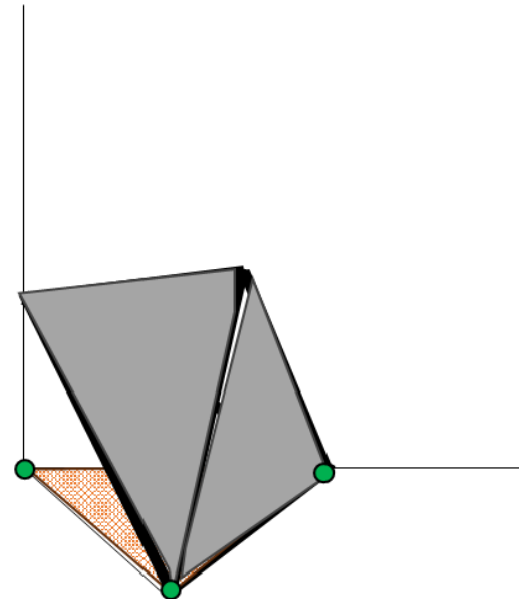
- ۳۱- تعداد نقاط فرین یک چند وجهی در \mathbb{R}^3 نسبت به تعداد نقاط فرین تصویر آن چند وجهی در صفحه $X - Y$ به چه صورت است؟
- (۱) بیشتر نیست.
 - (۲) از قاعده مشخصی پیروی نمی‌کند.
 - (۳) کمتر نیست.
 - (۴) بلا تغییر است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:



سه نقطه گوشه در سه بعد و سه
نقطه گوشه در دو بعد



چهار نقطه گوشه در سه بعد و سه
نقطه گوشه در دو بعد

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۲- در حل مدل زیر به روش شاخه و کران مجموع مقادیر کران بالا برای تابع هدف در تمام گره ها کدام است؟

$$\max \quad Z = 10x_1 + 20x_2 + 15x_3 + 8x_4$$

$$\text{s.t.} \quad 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 13$$

$$x_1, \dots, x_4 = 0 \text{ یا } 1$$

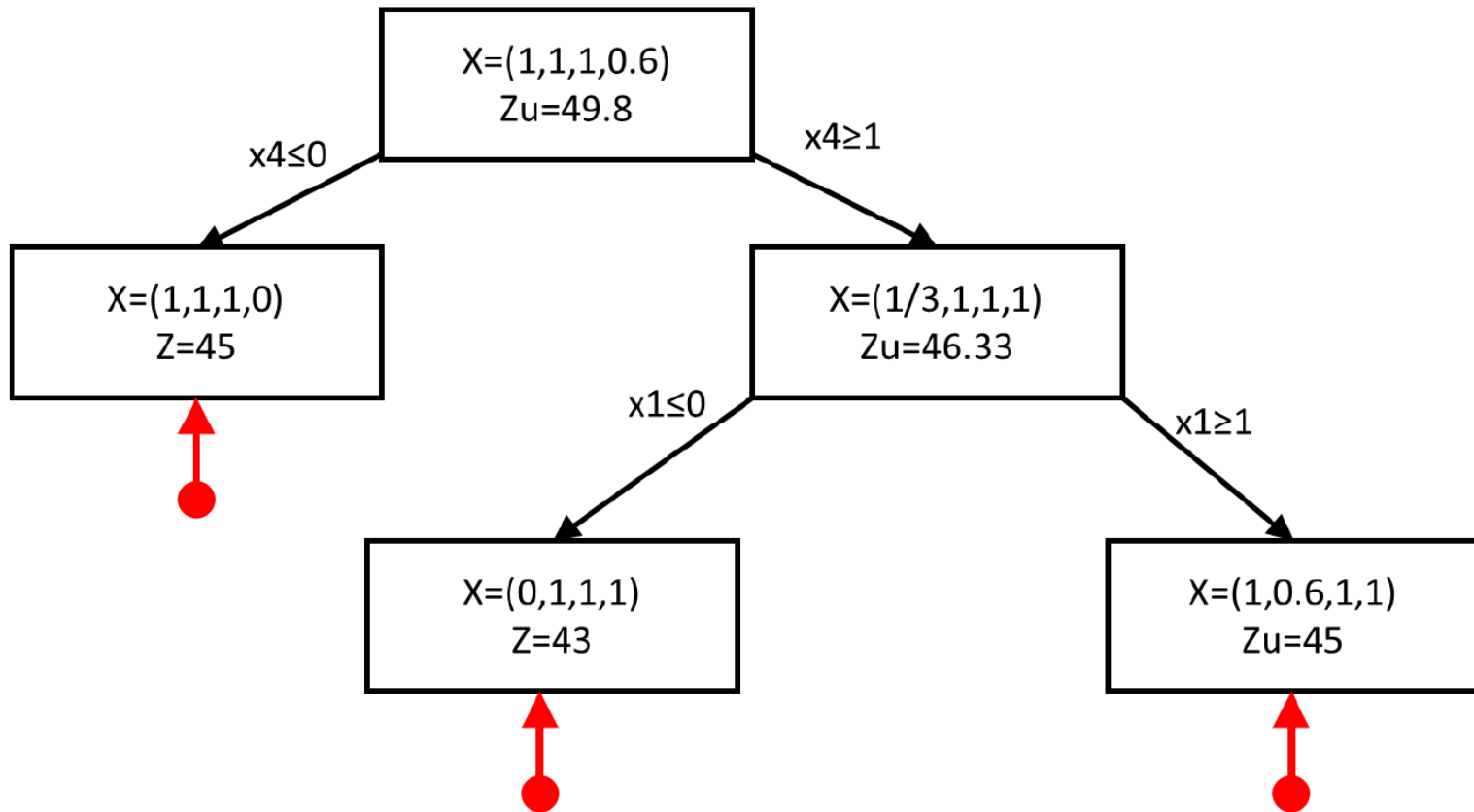
$$(1) \quad 231/1$$

$$(2) \quad 230/8$$

$$(3) \quad 229/1$$

$$(4) \quad 232/3$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\sum Zu = 49.8 + 45 + 46.33 + 43 + 45 = 229.13$$

گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- مقدار بهینه مدل بهینه‌سازی زیر با سه متغیر و دو محدودیت کدام است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & y^x + e^z \\ \text{s.t.} \quad & xy = 1 \\ & z \in \Omega(x) \\ & x, y, z \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

که در آن $\Omega(x)$ مجموعه جواب بهینه مدل بهینه‌سازی زیر است:

$$\begin{aligned} \min \quad & e^z - (x^x + 1)z \\ \text{s.t.} \quad & z \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

۳ (۱)

۵ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$(q) \rightarrow \frac{dq}{dz} = e^z - (x^2 + 1) = 0 \rightarrow Z = \ln(x^2 + 1) \rightarrow e^z = x^2 + 1$$

$$(p) \rightarrow \begin{array}{l} \text{Min } y^2 + x^2 + 1 \\ xy = 1 \end{array} \rightarrow x^* = y^* = 1 \rightarrow p^* = 1 + 1 + 1 = 3$$

گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

- اگر $y \neq 0$ وجود داشته باشد که در سیستم $Ay \leq 0$ ، $y \geq 0$ صدق کند، آنگاه چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟
- مجموعه جواب‌های بهینه بیکران است.
 - مجموعه جواب‌های بهینه تک عضوی نیست اگر $c^T y = 0$
 - مجموعه جواب‌های شدنی مدل بیکران است.

(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) صفر

(۴) ۲

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزاره ۱: مدل زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } 0 \times x$$

$$-x \leq 1$$

$$x \geq 0$$

مثال فوق یک مثال نقض است. روشن است که $-y \leq 0$ ولی مدل فوق محدود است.

گزاره ۲: به دلیل این که در راستای بردار y ، تغییری در تابع هدف نداریم، لذا تا انجایی که جواب بهینه باقی بماند ($Ay \leq 0$)، می توانیم به جواب های مشابه جواب بهینه برسیم و لذا جواب بهینه چندگانه داریم. این گزینه درست است.

گزاره ۳: چون y مخالف صفر است و دو طرف عبارت $Ay \leq 0$ را می توان در هر عددی ضرب کرد و باز هم جواب امکان پذیر باقی بماند، لذا مجموعه جواب های امکان پذیر بی کران است.
لذا دو گزاره صحیح است و گزینه ۴ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۵- دو تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f(x) = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$$

$$\hat{f}(x) = f(x^0) + [\nabla f(x^0)]^T (x - x^0)$$

که در آن $x^0 \in S$ یک نقطه داده شده است. مقادیر α و β به شکل زیر

$$\alpha = \max_{x \in S} f(x)$$

$$\beta = \max_{x \in S} \hat{f}(x)$$

محاسبه می‌شوند. در این صورت:

(۲) $\alpha \geq \beta$ اگر Q نیمه معین منفی باشد.

(۱) $\alpha \geq \beta$ اگر Q نیمه معین مثبت باشد.

(۴) $\alpha \geq \beta$

(۳) $\alpha \neq \beta$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



اگر ماتریس Q نیمه معین مثبت باشد، لذا تابع f محدب است و خط مماس بر تابع همیشه زیر تابع f می افتد و لذا حداکثر تابع خط مماس یا β کمتر مساوی حداکثر تابع f در بازه تغییرات یا a است لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ و بر اساس آن تابع دو متغیره زیر تعریف شود:

$$g(x, t) = t f\left(\frac{x}{t}\right) \quad t > 0, x \in \mathbb{R}$$

با فرض آنکه f محدب است کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) g می‌تواند محدب یا مقعر باشد.
(۲) g محدب است تنها اگر f نزولی نیز باشد.
(۳) g محدب است.
(۴) g محدب است تنها اگر f صعودی نیز باشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$g(x, t) = tf\left(\frac{x}{t}\right)$$

$$g'(x, t) = \frac{1}{t} tf'\left(\frac{x}{t}\right) = f'\left(\frac{x}{t}\right)$$

$$g''(x, t) = \frac{1}{t} f''\left(\frac{x}{t}\right)$$

چون $t > 0$ و $f'' > 0$ است لذا $g'' \geq 0$ است و لذا g محدب است و گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- در یک فروشگاه زنجیره‌ای با توجه به تعداد مشتریان در روزهای مختلف هفته، نیاز به تعدادی صندوق‌دار مطابق جدول زیر وجود دارد. هر صندوق‌دار ۵ روز متوالی کار می‌کند و بعد از آن ۲ روز به مرخصی می‌رود. اگر x_i تعداد صندوق‌دارانی باشد که روز i ام کار خود را آغاز می‌کنند، محدودیت تعداد افراد مورد نیاز در روز شنبه معادل کدام گزینه است؟

| روز | شنبه | یکشنبه | دوشنبه | سه‌شنبه | چهارشنبه | پنجشنبه | جمعه |
|---------------------------|------|--------|--------|---------|----------|---------|------|
| اندیس i | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ |
| تعداد صندوق‌دار مورد نیاز | ۱۵ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۷ | ۱۰ | ۱۴ | ۹ |

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 15 \quad (2)$$

$$x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 15 \quad (4)$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 15 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 15 \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

صندوق دارانی که در روز شنبه ($i=1$) کار می کنند و از چند طریق جمع می شوند.

۱- مربوط به روز شنبه $x_1 \leftarrow$

۲- مربوط به روز جمعه (دو روز متوالی کار) $x_7 \leftarrow$

۳- مربوط به روز ۵ شنبه (سه روز متوالی کار) $x_6 \leftarrow$

۴- مربوط به ۴ شنبه (۴ روز متوالی کار) $x_5 \leftarrow$

۵- مربوط به ۳ شنبه (۵ روز متوالی کار) $x_4 \leftarrow$

لذا محدودیت مربوطه به صورت زیر نوشته می شود:

$$x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 15$$

و گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۸- مجموع تعداد محدودیت‌ها و متغیرهای جدید برای خطی‌سازی دو محدودیت غیرخطی در مدل زیر کدام است؟

$\min w$

$$\text{s.t. } w = \max\{s_1 + x, 0\}$$

$$s_1 = \max\{\min\{s_0 + y, L\} - z, 0\}$$

$$x, y, z, w, s_0, s_1 \in \mathbb{R}$$

سایر محدودیت‌ها

۵ (۱)

۷ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$Min w$

$s.t.$

$$w = \max \{s_1 + x, 0\} \rightarrow \begin{cases} w \geq s_1 + x \\ w \geq 0 \end{cases}$$

$$s_1 = \max \left\{ \underbrace{\min \{s_0 + y, L\}}_u - z, 0 \right\} \rightarrow \begin{cases} u \leq s_0 + y \\ u \leq L \\ s_1 \geq u - z \\ s_1 \geq 0 \end{cases}$$

$Min w$

$$w \geq s_1 + x$$

$$w \geq 0$$

$$u \leq s_0 + y$$

$$u \leq L$$

$$s_1 \geq u - z$$

$$s_1 \geq 0$$

نیاز به متغیر جدید u و ۶ محدودیت جدید دارد. گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- با توجه به جدول سیمپلکس زیر، تعداد پایه‌های تباهیده مدل چه تعداد است؟

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| x_5 | $1/5$ | $4/5$ | 0 | -5 | 1 | 3 | 0 | 6 |
| x_3 | 0 | 11 | 1 | 6 | 0 | $1/5$ | 0 | 3 |
| x_7 | 2 | -2 | 0 | $2/5$ | 0 | -4 | 1 | 8 |

(۲) حداقل ۳

(۴) ۲

(۱) ۱

(۳) صفر

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

با ورود x_6 به پایه و خروج x_3 از پایه، مقدار متغیر پایه x_6 برابر صفر می شود.
با ورود x_1 به پایه و خروج x_5 از پایه، مقدار متغیر پایه x_1 برابر صفر می شود.
با ورود x_1 به پایه و خروج x_7 از پایه، مقدار متغیر پایه x_1 برابر صفر می شود.
لذا حداقل ۳ پایه با شرایط تباهیده است و گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۰- در مورد حل مستقیم مدل برنامه ریزی خطی مسئله حمل و نقل متوازن با مقادیر صحیح هزینه های حمل و نقل با روش سیمپلکس استاندارد، چه تعداد از گزاره های زیر صحیح است؟
- جواب جدول بهینه همواره تباهیده است.
 - جواب جدول بهینه لزوماً صحیح نیست.
 - در هر تکرار محاسبات بیشتر ولی تعداد تکرارهای کمتری نسبت به سیمپلکس حمل و نقل مرسوم نیاز است.
- (۱) ۲
(۲) صفر
(۳) ۳
(۴) ۱

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

- گزاره ۱: با توجه به این که یک محدودیت مازاد در مسئله حمل و نقل است، همیشه در جواب بهینه، سمت راست یک محدودیت برابر صفر یا تباهیده است و این گزینه درست است.
- گزاره ۲: با توجه به مادولاریتی ضرایب مدل حمل و نقل، حتما جواب ها صحیح هستند (البته به شرطی که سمت راست ها صحیح باشند) و لذا این گزینه درست است.
- گزاره ۳: در روش سیمپلکس محاسبات بیشتری داریم که به دلیل وجود متغیرهای مصنوعی است. همچنین تعداد تکرارهای بیشتری برای رسیدن به جواب بهینه است که این به دلیل عدم استفاده از ساختار خاص مسئله حمل و نقل است لذا این گزینه غلط است.
- در مجموع دو گزاره درست است و لذا گزینه ۱ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۱- $z^*(b)$ برابر با مقدار بهینه مدل زیر است:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = -9x_1 + 12x_2 + 4x_3 \\ \text{s.t.} \quad & -3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq b \\ & 7x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 1 \\ & 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 \leq 22 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

مشتق راست منهای مشتق چپ تابع $z^*(b)$ در نقطه $b = \frac{6}{11}$ چه مقداری است؟

(۲) ۱۰

(۴) $\frac{111}{31}$

(۱) صفر

(۳) $-\frac{407}{62}$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$b = \frac{6}{11}$$

$$Z^*(b + 0.1) = 8.7979$$

$$Z^*(b) = 8.4540$$

$$Z^*(b - 0.1) = 7.4540$$

$$R.D = \frac{Z^*(b + 0.1) - Z^*(b)}{0.1} = \frac{8.7979 - 8.4540}{0.1} = 3.439$$

$$L.D = \frac{Z^*(b - 0.1) - Z^*(b)}{0.1} = \frac{7.4540 - 8.4540}{0.1} = -10$$

$$R.D - L.D = 3.439 - (-10) = 13.439 \approx \frac{407}{62}$$

البته با علامت مثبت، گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- فرض کنید a_1, \dots, a_k بردارهای n -بعدی هستند ($k \leq n$). با در نظر گرفتن $A = [a_1, \dots, a_k]$ ، کدام گزاره همواره صحیح است؟

- (۱) اگر این بردارها مستقل خطی باشند، آنگاه دوجه دو برهم عمود هستند.
- (۲) اگر بردارها دوجه دو برهم عمود باشند و $k = n$ ، آنگاه A می‌تواند یک مقدار ویژه صفر داشته باشد.
- (۳) اگر این بردارها دوجه دو برهم عمود باشند، مستقل خطی هستند.
- (۴) اگر بردارها دوجه دو برهم عمود باشند و $k = n$ ، رتبه ماتریس A کامل و برابر n خواهد بود.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به بررسی تک تک گزینه ها می پردازیم:

گزینه ۱: با مثال نقض این گزینه رد می شود. $a_1=(1,1)^T$ و $a_2=(1,2)^T$. این دو بردار مستقل خطی هستند ولی دو به دو بر هم عمود نیستند زیرا

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$$

گزینه ۲:

اگر تمامی ستون های A دو به دو بر هم عمود باشند، لذا $A^T A$ یک ماتریس قطری است که فقط قطر اصلی غیر صفر است و سایر صفر است زیرا $a_i a_j = 0 \quad \forall i \neq j$. که این یک ماتریس قطری است. برای این مورد مثالی می زنیم.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A \times A^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

اگر یکی از عناصر ماتریس A ، صفر باشد، یکی از عناصر قطر صفر می شود و در نهایت دترمینان صفر می شود و چون حاصل ضرب مقادیر ویژه برابر دترمینان است، لذا می توان یک مقدار ویژه برابر صفر داشت و لذا این گزینه درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

گزینه ۳:

اگر دو بردار مانند a_i و a_j بر هم عمود باشند یعنی ضرب نقطه ای این دو بردار برابر صفر است که به صورت ریاضی به صورت $a_i \cdot a_j = 0$ است. لذا این گزاره را می توان به صورت زیر نوشت:

$$c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots + c_k a_k = 0 \xrightarrow{a_i a_j = 0} c_1 = c_2 = \dots = c_k = 0$$

$$a_1 \cdot (c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots + c_k a_k) = 0 \rightarrow c_1 a_1^2 + c_2 a_2 a_1 + \dots + c_k a_k a_1 = 0 \xrightarrow{a_i a_j = 0} c_1 a_1^2 = 0 \rightarrow c_1 = 0$$

برای سایر c ها هم به صورت مشابه برابر صفر می شود و لذا قضیه اثبات می شود. و این گزاره درست است.
بیش از دو گزینه صحیح است و لذا هیچ گزینه ای درست نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- یک تصمیم‌گیرنده به دنبال یافتن تصمیمی مناسب در مجموعه جواب‌های $\{x \geq 0, Ax \leq b\}$ است. تابع هدف اول وی $z_1 = c^T x$ و تابع هدف دوم وی $z_2 = e^T x$ است. او از مدل زیر برای تصمیم‌گیری بهره می‌برد: که در آن $t_1, t_2 \in \mathbb{R}, \alpha, \beta, \gamma > 0$ مقادیر داده شده هستند. کدام گزاره توصیف درست‌تری از رویکرد تصمیم‌گیرنده است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha d_1^+ - \beta d_2^+ + \gamma d_1^- \\ \text{s.t.} \quad & x \geq 0, Ax \leq b \\ & c^T x = t_1 + d_1^+ - d_1^- \\ & e^T x = t_2 + d_2^+ - d_2^- \end{aligned}$$

- (۱) تمایل به بزرگتر شدن تابع هدف دوم از t_2 و دور شدن تابع هدف اول از t_1
- (۲) تمایل به دور شدن تابع هدف دوم از t_2 و کوچکتر شدن تابع هدف اول به t_1
- (۳) تمایل به کوچکتر شدن تابع هدف دوم از t_2 و نزدیک شدن تابع هدف اول به t_1
- (۴) تمایل به دور شدن تابع هدف دوم از t_2 و نزدیک شدن تابع هدف اول به t_1

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$obj_1) c^T x \leq t_1 \rightarrow c^T x + d_1^- - d_1^+ = t_1$$

$$obj_2) e^T x \leq t_2 \rightarrow e^T x + d_2^- - d_2^+ = t_2$$

$\min ad_1^+ - \beta d_2^+ + \gamma d_1^-$ به این معنا است که تابع هدف ۱ در حال نزدیک شدن به t_1 است و همزمان، تابع هدف ۲ در حال دور شدن از t_2 است. لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۴- مطلوب است تعیین میزان تولید یک محصول در طی سه دوره ($i = 1, 2, 3$) به نحوی که مجموع هزینه‌های نگهداری موجودی و تولید در تمام دوره‌ها حداقل شود. تقاضای محصول در دوره اول، دوم و سوم به ترتیب ۳، ۲ و ۴ است. موجودی ابتدای دوره (موجودی اولیه) ۱ واحد است و سیاست تولید بر آن است که در انتهای دوره سوم موجودی باقیمانده ۰ واحد باشد. این مسئله را با روش برنامه‌ریزی پویا به دو صورت می‌توان حل کرد که در یکی موجودی اول دوره (s_i) و در دیگری موجودی آخر دوره (s'_i) متغیر حالت باشند. A و B را به ترتیب مجموع تمامی مقادیر ممکن برای s_i و s'_i در تمامی دوره‌ها در نظر بگیرید. $A - B$ کدام است؟
- | | |
|---------|-------|
| (۱) صفر | (۲) ۲ |
| (۳) -۱ | (۴) ۱ |

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

اختلاف دو روش روی موجودی اول دوره است که در این مثال برابر ۱ است لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- در حل مدل زیر به روش گومری کدامیک از محدودیت‌های زیر در میان برش‌های به‌کار گرفته شده ظاهر می‌شوند؟

$$\max z = 5x_1 + 6x_2$$

$$\text{s.t.} \quad -2x_1 + 4x_2 \leq 10$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 22$$

$$x_1 \geq 0 \quad \text{و} \quad \text{عدد صحیح}$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \leq 7 \quad (1)$$

$$4x_1 + 7x_2 \leq 40 \quad (2)$$

$$-x_1 + 4x_2 \leq 13 \quad (3)$$

$$x_2 \leq 4 \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

| متغیر پایه | Z | X_1 | X_2 | S_1 | S_2 | RHS |
|------------|---|-------|-------|-------|-------|------|
| Z | 1 | -5 | -6 | 0 | 0 | 0 |
| S_1 | 0 | -2 | 4 | 1 | 0 | 10 |
| S_2 | 0 | 4 | 2 | 0 | 1 | 22 |
| Z | 1 | -8 | 0 | 1.5 | 0 | 15 |
| X_2 | 0 | -1/2 | 1 | 0.25 | 0 | 2.5 |
| S_2 | 0 | 5 | 0 | -0.5 | 1 | 17 |
| Z | 1 | 0 | 0 | 0.7 | 1.6 | 42.2 |
| X_2 | 0 | 0 | 1 | -4.75 | 0.1 | 4.2 |
| X_1 | 0 | 1 | 0 | -0.1 | 0.2 | 3.4 |

$$(-0.1 - [-0.1])S_1 + (0.2 - [0.2])S_2 \geq 3.4 - [3.4] \rightarrow 0.9S_1 + 0.2S_2 \geq 0.4$$

$$0.9(10 + 2x_1 - 4x_2) + 0.2(22 - 4x_1 - 2x_2) \geq 0.4 \rightarrow x_1 - 4x_2 \geq -13 \rightarrow -x_1 + 4x_2 \leq 13$$

گزینه ۳ درست است (سازمان سنجش گزینه ۱ را اعلام کرده است).

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۶- دسته محدودیت زیر بخشی از یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای یک مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی است.

$$I_{ik} + \sum_{j=1}^n P_{\alpha,j} \times x_{j,k+1} + w_{i,k+1} - w_{ik} - \sum_{j=1}^n P_{\beta,j} \times x_{j,k} - I_{i+1,k} = 0 \quad \begin{cases} i = 1, \dots, m-1 \\ k = 1, \dots, n-1 \end{cases}$$

برای $m = 4$ و $n = 5$ و جدول مقادیر زیر، محدودیت زیر برای $i = 3$ و $k = 2$ حاصل شده است.

| j | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|-----------|---|---|---|---|---|
| $P_{1,j}$ | ۵ | ۵ | ۳ | ۶ | ۲ |
| $P_{2,j}$ | ۴ | ۴ | ۲ | ۴ | ۴ |
| $P_{3,j}$ | ۴ | ۴ | ۳ | ۴ | ۱ |
| $P_{4,j}$ | ۳ | ۶ | ۳ | ۲ | ۵ |

$$I_{32} + 4x_{13} + 4x_{23} + 3x_{33} + 4x_{43} + x_{53} + w_{33} - w_{32} - 3x_{12} - 6x_{22} - 3x_{32} - 2x_{42} - 5x_{52} - I_{42} = 0$$

مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

۵ (۱)

۷ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$I_{32} + P_{\alpha 1}x_{13} + P_{\alpha 2}x_{23} + P_{\alpha 3}x_{33} + P_{\alpha 4}x_{43} + P_{\alpha 5}x_{53} + w_{33} - w_{32} - P_{\beta 1}x_{12} - P_{\beta 2}x_{22} - P_{\beta 3}x_{32} - P_{\beta 4}x_{42} - P_{\beta 5}x_{52} - I_{42} = 0$$

با توجه به محدودیت داده شده، $\alpha = 3, \beta = 4$ بدست می آید و لذا گزینه ۲ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۷- مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n \\ \text{s.t.} \quad & x_1 \geq a_1 \\ & x_1 + x_2 \geq a_2 \\ & \vdots \\ & x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq a_n \\ & x_1, \dots, x_n \geq 0 \end{aligned}$$

که در آن $0 < a_1 \leq \dots \leq a_n$ است. مقدار بهینه تابع هدف کدام است؟

(۱) a_1

(۲) $\sum_{i=1}^n a_i$

(۳) a_n

(۴) $a_1 + \sum_{i=2}^n i(a_i - a_{i-1})$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

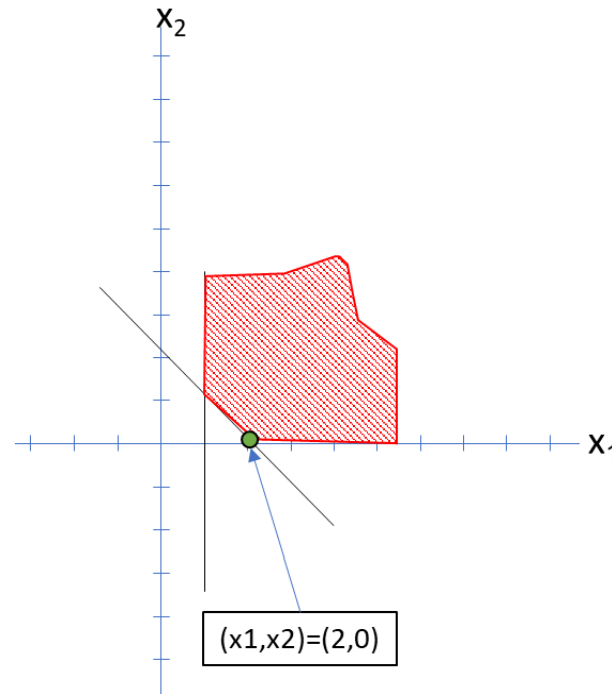
$$\text{Min } Z = x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$x_1 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



به بررسی گزینه ها می پردازیم.

گزینه ۱: $a_1 = 1 \rightarrow \times$

گزینه ۲: $\sum a_i = 1 + 2 = 3 \neq 2$

گزینه ۳: $a_2 = 2 \rightarrow OK$

گزینه ۴: $a_1 + \sum_{i=2}^2 i(a_i - a_{i-1}) = a_1 + 2(a_2 - a_1) = 1 + 2(2 - 1) = 3 \neq 2 \rightarrow \times$

6 لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- P یک ماتریس $n \times n$ با عناصر نامنفی است که جمع اعداد در هر سطر آن کوچکتر و یا مساوی یک است. $I - P$ معکوس پذیر است اگر در ماتریس P :

- (۱) جمع هر سطر برابر یک باشد.
- (۲) جمع اعداد در هر سطر اکیداً کوچکتر از یک باشد.
- (۳) حداقل جمع یک سطر برابر یک باشد.
- (۴) حداقل جمع یک سطر اکیداً کوچکتر از یک باشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به بررسی گزینه ها می پردازیم.

گزینه ۱: اگر جمع هر سطر برابر یک باشد، وقتی از I کم شود، می توان با جمع تمامی سطرها، به یک ستون صفر رسید و لذا ماتریس $I-P$ دارای دترمینان صفر است و لذا معکوس پذیر نیست.

گزینه ۲: اگر جمع تمامی اعداد سطرها کمتر از یک باشد، هیچ گان مجموع سطرها برابر صفر نمی شود و دترمینان غیر صفر و ماتریس $I-P$ معکوس پذیر می شود. لذا این گزینه پاسخ مسئله است.

گزینه ۳: اگر حداقل جمع یک سطر برابر یک باشد، می توان جمع سایر سطرها هم برابر یک شود و لذا مشابه گزینه ۱ میشود.

گزینه ۴: می توان جمع سطرها برابر یک شود و مشابه گزینه ۱ و ۳ می شود.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۹- یک مدل برنامه‌ریزی خطی که در آن محدودیت‌های اول و سوم کوچکتر مساوی و محدودیت دوم بزرگتر مساوی هستند را با افزودن متغیرهای کمکی s_1 ، s_2 و s_3 (متناظر با شماره محدودیت) به فرم استاندارد درآورده‌ایم که بعد از اعمال یک تبدیل خطی بر روی محدودیت‌ها به صورت معادل زیر درآمده است:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 2x_5 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_4 - x_5 + s_1 - s_2 + 4s_3 = 2 \\ & -2x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + 2s_2 - 2s_3 = 1 \\ & 4x_1 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 - 5s_2 + 4s_3 = 5 \\ & x_1, \dots, x_5, s_1, s_2, s_3 \geq 0 \end{aligned}$$

ضریب x_5 در محدودیت دوم در مدل اولیه چه مقدار است؟

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \quad (1) \\ & 1 \quad (2) \\ & -1 \quad (3) \\ & \frac{1}{2} \quad (4) \end{aligned}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

| متغیر پایه | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | S_1 | S_2 | S_3 | RHS |
|------------|-------|---------------|-------|---------------|---------------|-------|-------|-------|-----|
| S_1 | 2 | 0 | 0 | 3 | -1 | 1 | -1 | 4 | |
| X_2 | -2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | -2 | |
| X_3 | 4 | 0 | 1 | 2 | -3 | 0 | -5 | 4 | |
| S_1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | 3.5 | -0.5 | 1 | 0 | 3 | |
| S_2 | -1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | -1 | |
| X_3 | -1 | $\frac{2}{5}$ | 1 | 4.5 | -0.5 | 0 | 0 | -1 | |
| S_1 | -2 | 8 | 3 | 17 | -2 | 1 | 0 | 0 | |
| S_2 | 0 | -2 | -1 | -4 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| S_3 | | | | | | 0 | 0 | 1 | |

چون محدودیت بزرگتر مساوی صفر است و نیاز است در منهای یک ضرب شود لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- با در نظر گرفتن مدل ارائه شده در سؤال ۴۹، در صورت پایه‌ای بودن متغیرهای X_1 ، X_2 و X_3 ، با افزایش X_4 از

به $\frac{1}{2}$ ، به چه میزان تابع هدف کاهش می‌یابد؟

(۱) $-\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{7}{2}$

(۳) $-\frac{7}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

| متغیر پایه | Z | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | S_1 | S_2 | S_3 | RHS |
|------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| Z | 1 | -2 | 3 | 3 | -4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| S_1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 3 | -1 | 1 | -1 | 4 | 2 |
| X_2 | 0 | -2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | -2 | 1 |
| X_3 | 0 | 4 | 0 | 1 | 2 | -3 | 0 | -5 | 4 | 5 |
| Z | 1 | 0 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | -1 | 4 | 2 |
| X_1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1.5 | -0.5 | 0.5 | -0.5 | 2 | 1 |
| X_2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| X_3 | 0 | 0 | 0 | 1 | -4 | -1 | -2 | -3 | -4 | 1 |
| Z | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 4 | 5 | 10 | -10 |
| X_1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1.5 | -0.5 | 0.5 | -0.5 | 2 | 1 |
| X_2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| X_3 | 0 | 0 | 0 | 1 | -4 | -1 | -2 | -3 | -4 | 1 |

$$Z = -x_4 - 4x_5 - 4s_1 - 5s_2 - 10s_3 - 10$$

اگر x_4 از صفر به ۰.۵ افزایش یابد، تابع هدف ۰.۵- کاهش می یابد و لذا گزینه ۱ درست است.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com