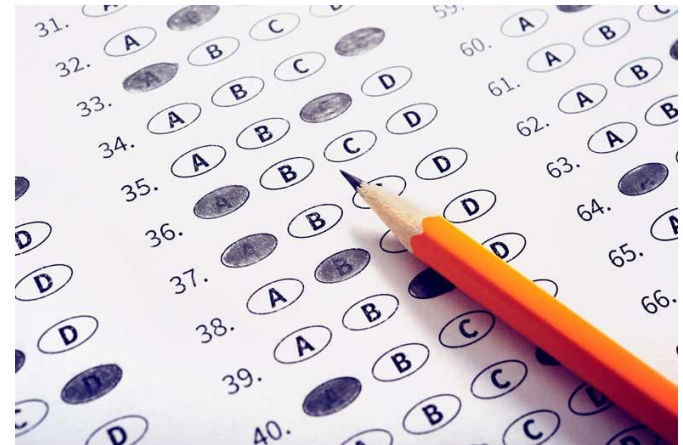
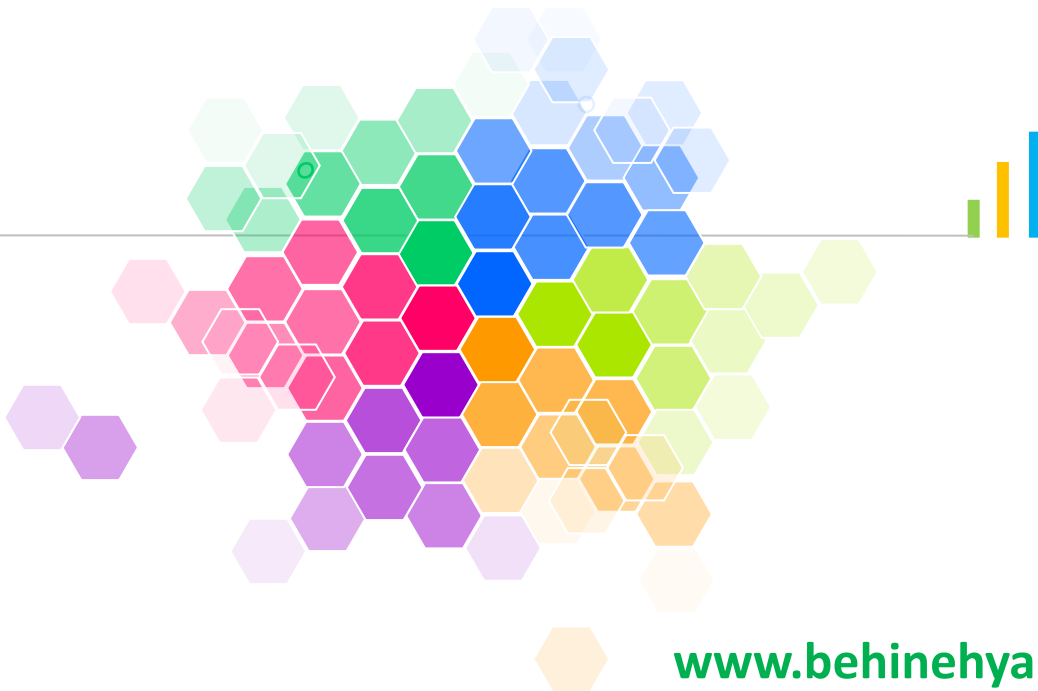


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۴۰۲



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۲۶- کمترین فاصله نقطه $(3, 3)$ تا مجموعه چندوجهی زیر کدام است؟

$$S = \{x_1, x_2 \geq 0 : -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 2, 2x_1 + x_2 \leq 7, x_1 - x_2 \leq 2\}$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

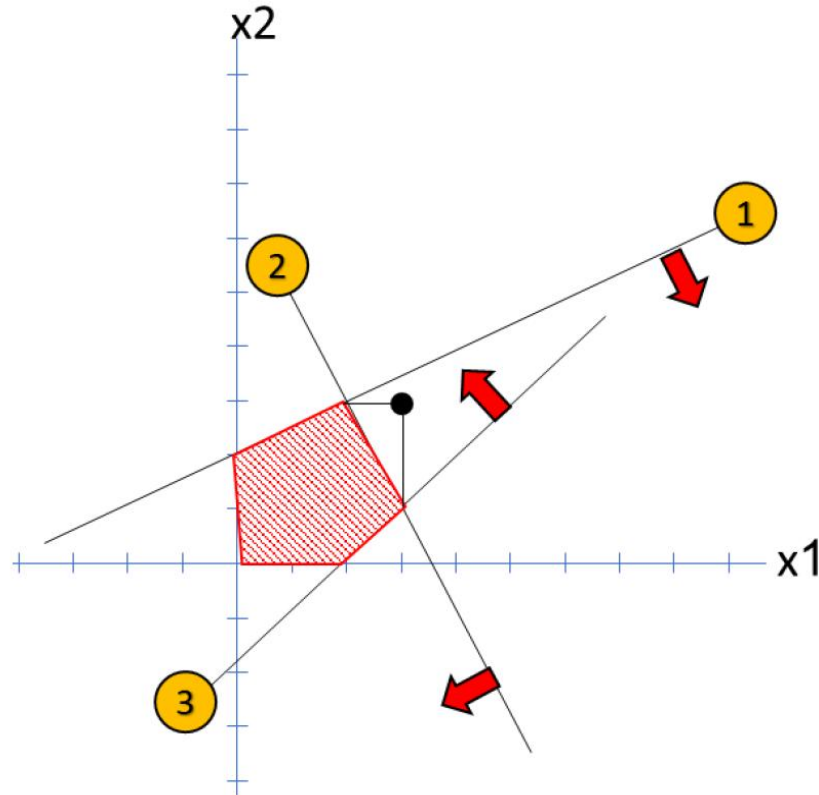
$$1 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:



$$\sqrt{(3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5}$$

$$A\Delta = \frac{1 \times 2}{2} = 1 = x \frac{\sqrt{5}}{2} \rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۲۷- در روش برنامه ریزی پویای عقبگرد برای حل مدل بهینه سازی زیر:

$$\begin{aligned} \max \quad & f_1(x_1) + \dots + f_k(x_k) \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + \dots + x_k = n \\ & x_1, \dots, x_k \geq 0 \text{ صحیح و} \end{aligned}$$

چند نوبت محاسبات مرتبط با تابع هدف تکرار خواهد شد (n یک عدد طبیعی و توابع f_1, \dots, f_k از \mathbb{R} به \mathbb{R} و معلوم هستند)؟

$$(1) \quad kn^2$$

$$(2) \quad \binom{n+k-1}{k-1}$$

$$(3) \quad (n+1) \left(\frac{k-1}{2} (n+2) + 1 \right)$$

$$(4) \quad (n+1) \left(\frac{k-2}{2} (n+2) + 2 \right)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

در مرحله اول به تعداد اعداد صفر تا n که برابر با $n+1$ است محاسبه نیاز داریم.
در مرحله k (مرحله آخر) به تعداد اعداد صفر تا n که برابر با $n+1$ است محاسبه نیاز داریم.
در مراحل ۲ تا $k-1$ به تعداد محاسبات زیر نیاز است.

$S \setminus X$	0	1	2	...	$k-1$	k
0	⊗	X	X		X	X
1	⊗	⊗	X		X	X
2	⊗	⊗	⊗		X	X
...						
$k-1$	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	
k	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗

$$1+2+\dots+n+1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\Rightarrow n+1+n+1+(k-2)\frac{(n+1)(n+2)}{2} = (n+1)\left[2+(k-2)\frac{(n+2)}{2}\right]$$

لذا گزینه ۴ درست است. البته با بررسی گزینه ها امکان یافتن جواب درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۲۸- در صورتی که در مدل غیرخطی

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 - x_2 \geq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- از تغییر متغیر $x_1 = y_1 - \alpha y_2$, $x_2 = y_1 + y_2$ استفاده کنیم و مدل حاصل را حل کنیم، مقدار بهینه تابع هدف در مدل جدید نسبت به مقدار بهینه تابع هدف در مدل اصلی، چگونه تغییر می‌کند (α عددی معلوم است)؟
- (۱) کمتر نمی‌شود.
 - (۲) بیشتر نمی‌شود.
 - (۳) تغییر نمی‌کند.
 - (۴) بسته به مقدار α می‌تواند هر حالتی رخ دهد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\text{Min } x_1 x_2$$

$$2x_1 - x_2 \geq 6 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = 0, z^* = 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\text{Min}(y_1 - \alpha y_2)(y_1 + y_2) = y_1^2 - \alpha y_2^2 + (1 - \alpha)y_1 y_2$$

$$2(y_1 - \alpha y_2) - (y_1 + y_2) \geq 6 \rightarrow y_1 - (2\alpha + 1)y_2 \geq 6$$

$$y_1 + y_2 \geq 0$$

$$y_1 - \alpha y_2 \geq 0$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 1 - \alpha \\ 1 - \alpha & -2\alpha \end{bmatrix} \rightarrow \Delta_1 = 2 \geq 0, \Delta_2 = -4\alpha - (1 - \alpha)^2 = -(1 + \alpha)^2$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



اگر $\alpha = -1$ باشد، در این صورت مدل غیرمحدب فوق به یک مدل محدب تبدیل میشود و مقدار تابع هدف بهتر نمی شود. (کمتر نمی شود می تواند بیشتر شود). اگر $\alpha \neq -1$ باشد در این صورت همان جواب قبلی می شود و جواب تغییر نمی کند و لذا جواب کمتر نمی شود. پس گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۲۹- تعداد گره‌های مورد نیاز برای حل مدل زیر با روش شاخه‌وکران حداقل چه تعداد است؟

$$\max z = 4y_1 + y_2$$

$$\text{s.t.: } 7y_1 + 28y_2 \leq 49$$

$$-6y_1 + 30y_2 \geq 36$$

$$y_1, y_2 \geq 0 \text{ صحیح و}$$

۴ (۲)

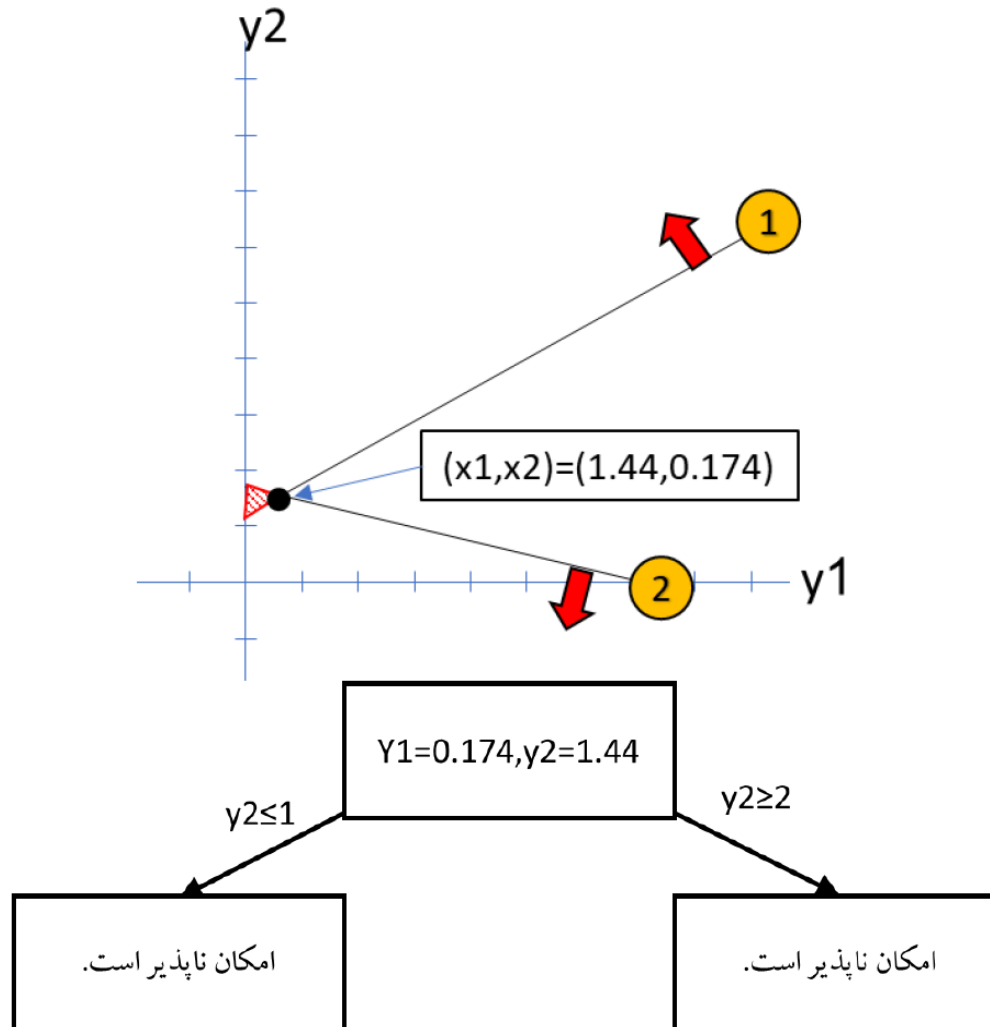
۶ (۴)

۳ (۱)

۵ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۰- یک بازی دونفره استاتیک مجموع صفر با ماتریس مطلوبیت زیر برای بازیکن سطری را در نظر بگیرید:

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

در تعادل نش این بازی، مطلوبیت مورد انتظار بازیکن سطری کدام است؟

$$2/4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$2/8 \quad (4)$$

$$2/6 \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



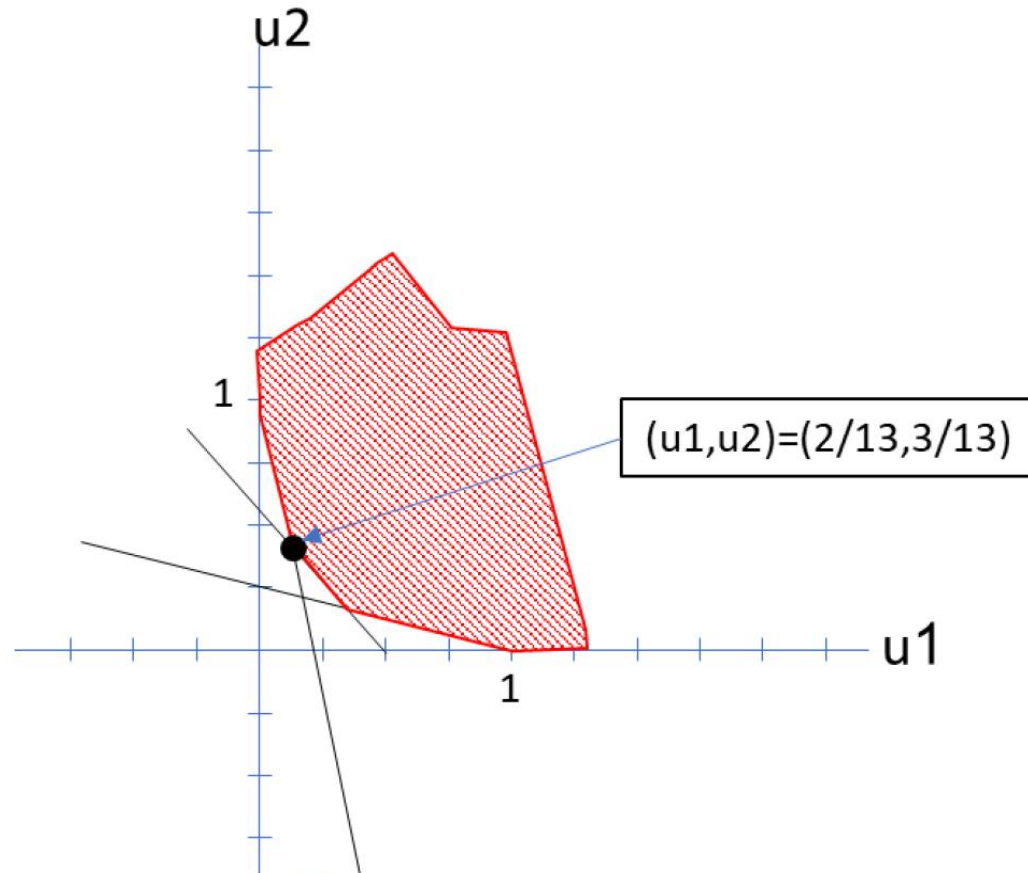
$$\begin{array}{ccccc} & y_1 & y_2 & y_3 & \\ x_1 & 5 & 1 & 2 & \\ x_2 & 1 & 4 & 3 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \text{Max} \left\{ \text{Min} \left\{ (5x_1 + x_2), (x_1 + 4x_2), (2x_1 + 3x_2) \right\} \right\} \\ & \text{s.t.} \\ & x_1 + x_2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Max } Z \\ & Z \leq 5x_1 + x_2 \\ & \rightarrow Z \leq x_1 + 4x_2 \xrightarrow{u_1 = \frac{x_1}{Z}, u_2 = \frac{x_2}{Z}} 1 \leq 5u_1 + u_2 \\ & Z \leq 2x_1 + 3x_2 \quad 1 \leq u_1 + 4u_2 \\ & x_1 + x_2 = 1 \quad 1 \leq 2u_1 + 3u_2 \end{aligned}$$

حل ترسیمی به صورت زیر است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\frac{1}{Z} = u_1 + u_2 = \frac{2}{13} + \frac{3}{13} = \frac{5}{13} \rightarrow Z^* = \frac{13}{5} = 2.6$$

گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱- تعداد نقاط زیناسبی منتهای تعداد نقاط کمینه و بیشینه محلی تابع زیر کدام است؟

$$f(x, y) = y^3 - \frac{4}{3}x^3 - 2y^2 + 2x^2 + y - 7$$

(۲) صفر

(۴) -۲

(۱) +۱

(۳) -۱

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$f(x, y) = y^3 - \frac{4}{3}x^3 - 2y^2 + 2x^2 + y - 7$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -4x^2 + 4x = 0 \rightarrow 4x(-x+1) = 0 \rightarrow x = 0, 1$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -8x + 4$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 - 4y + 1 = (3y-1)(y-1) = 0 \rightarrow y = \frac{1}{3}, 1$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6y - 4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$$

$$H = \begin{bmatrix} -8x+4 & 0 \\ 0 & 6y-4 \end{bmatrix}$$

$$(1, \frac{1}{3}) \rightarrow H = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{negative-definite} \rightarrow \text{Max}$$

$$(1, 1) \rightarrow H = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{non-definite} \rightarrow \text{saddle}$$

$$(0, \frac{1}{3}) \rightarrow H = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{non-definite} \rightarrow \text{saddle}$$

$$(0, 1) \rightarrow H = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{positive-definite} \rightarrow \text{Min}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$x + 2y = 0$$

$$ax + 8y + 3z = 0$$

$$by + 5z = 0$$

که در آن a و b غیر صفر هستند. a چه مقداری باشد که در طی مراحل حل دستگاه فوق با روش حذفی گوس - جُردن حتماً نیاز باشد جای سطرها عوض شود؟

$$3 \text{ و } (2)$$

$$4 \text{ و } (1)$$

$$3 \text{ و } (4)$$

$$4 \text{ و } (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$\begin{cases} 1) x + 2y = 0 \\ 2) ax + 8y + 3z = 0 \\ 3) by + 5z = 0 \end{cases}$$

سطر ۱ را در a ضرب کرده و با سطر دوم جمع می کنیم. لذا خواهیم داشت:

$$\begin{cases} ax + 2ay = 0 \\ 0x + (8 - 2a)y + 3z = 0 \end{cases}$$

وقتی جابه جایی سطرها اتفاق می افتد که یکی از اعداد قطر اصلی صفر شود. در رابطه بالا، اگر $8 - 2a = 0$ باشد، $a = 4$ است و $8 - 2a = 0$ می شود و لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- چه تعداد از توابع زیر محدب هستند؟

$f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1 - x_2 + x_3} + e^{2x_2} + x_1$	\mathbb{R}^3	روی مجموعه
$f(x_1, x_2) = x_1 \log x_1 + (x_2 - x_1)^2$	$x_1, x_2 > 0$	روی مجموعه
$f(x_1, x_2) = -\log(x_1 x_2)$	$x_1, x_2 > 0$	روی مجموعه
$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_3^2}{x_2}$	$x_1, x_2, x_3 > 0$	روی مجموعه

۳ (۲)

۱ (۴)

۴ (۱)

۲ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

قضیه: اگر f یک تابع صعودی و محدب باشد و g یک تابع صعودی باشد، لذا $f \circ g$ یک تابع محدب است. اگر g را عبارت های در توان در نظر بگیریم، چون ex یک تابع صعودی و محدب است و توابع خطی هم توابع محدب هستند لذا تابع ۱ محدب است.
تابع ۲: اگر اثبات کنیم هر دو تابع محدب است مجموع هم محدب است.

$$f(x_1, x_2) = \underbrace{x_1 \log x_1}_{g(x_1)} + \underbrace{(x_2 - x_1)^2}_{h(x_1, x_2) = x_2^2 + x_1^2 - 2x_2x_1}$$

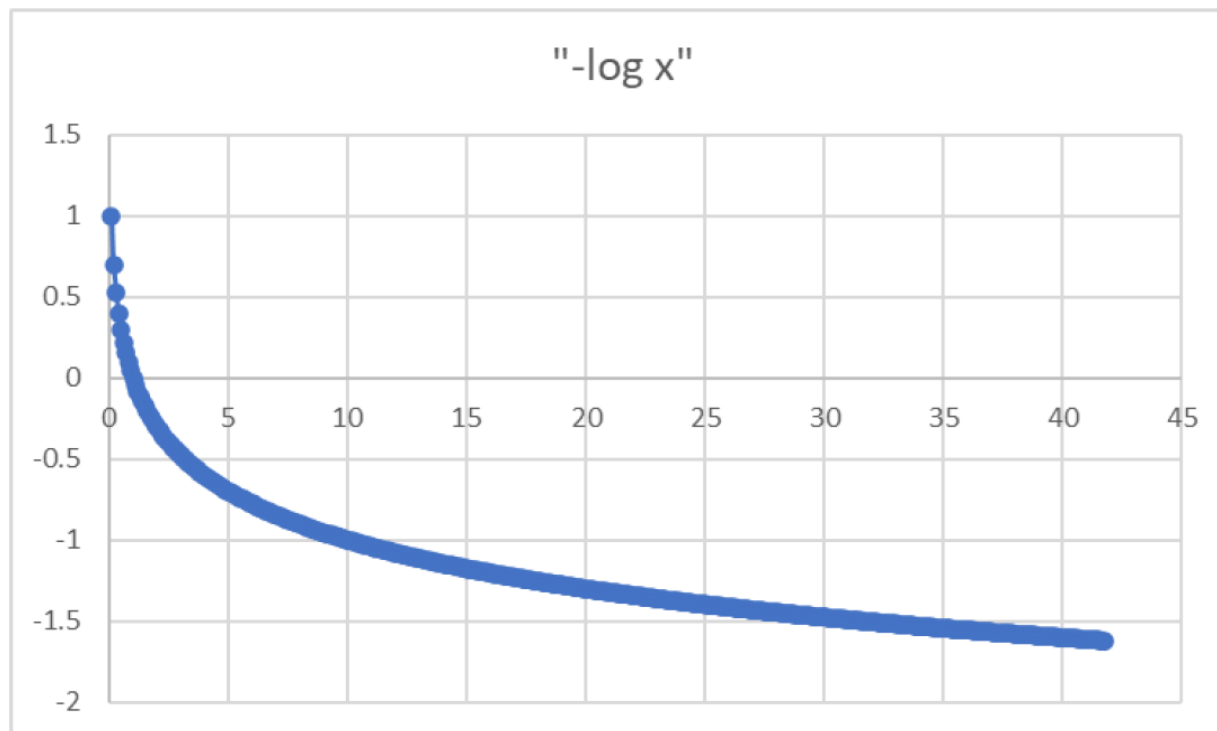
$$\left. \begin{aligned} \frac{dg}{dx_1} &= \log x_1 + 1 \rightarrow \frac{d^2g}{dx_1^2} = \frac{1}{x_1} \xrightarrow{x_1 > 0} > 0 \rightarrow g \text{ convex} \\ \frac{dh}{dx_1} &= 2x_1 - 2x_2, \frac{d^2h}{dx_1^2} = 2, \frac{dh}{dx_2} = 2x_2 - 2x_1, \frac{d^2h}{dx_2^2} = 2, \frac{d^2h}{dx_2 dx_1} = -2 \\ \rightarrow H &= \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow 2 > 0, \det = 0 \rightarrow f \text{ convex} \end{aligned} \right\} \rightarrow f \text{ convex}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

تابع ۳:

$$f(x_1, x_2) = -\log(x_1 x_2) = -\log x_1 - \log x_2$$

توابع $-\log x_1$ و $-\log x_2$ محدب هستند و لذا مجموع محدب است و f محدب خواهد بود.



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- چه تعداد از توابع زیر محدب هستند؟

$f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1 - x_2 + x_3} + e^{2x_2} + x_1$ \mathbb{R}^3 روی مجموعه

$f(x_1, x_2) = x_1 \log x_1 + (x_2 - x_1)^2$ $x_1, x_2 > 0$ روی مجموعه

$f(x_1, x_2) = -\log(x_1 x_2)$ $x_1, x_2 > 0$ روی مجموعه

$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_3^2}{x_2}$ $x_1, x_2, x_3 > 0$ روی مجموعه

۳ (۲)

۱ (۴)

۴ (۱)

۲ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

' \ '

' \ '

$$f(x_1, x_2, x_3) = \underbrace{\frac{x_1}{x_2}}_{g(x_1, x_2)} + \underbrace{\frac{x_3^2}{x_2}}_{h(x_2, x_3)}$$

$$\frac{dg}{dx_1} = \frac{1}{x_2}, \frac{d^2g}{dx_1^2} = 0, \frac{dg}{dx_2} = -\frac{x_1}{x_2^2}, \frac{d^2g}{dx_2^2} = 2\frac{x_1}{x_2^3}, \frac{d^2g}{dx_1 dx_2} = -\frac{1}{x_2^2} \rightarrow nonconvex$$

چون یک بخش از تابع غیرمحدب باشد، لذا کل تابع غیرمحدب است و لذا این تابع محدب نیست.
لذا سه تابع محدب است و گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- اگر تابع زیر را با روش بیشترین شیب با شروع از نقطه $(0, 0)$ بخواهیم بیشینه کنیم، جمع مختصات نقطه بعدی تقریباً چند است؟

$$f(x_1, x_2) = 20x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 - (x_1 + x_2)^2$$

(۲) ۴-

(۱) ۵-

(۴) ۵

(۳) ۴

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$f(x_1, x_2) = 20x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 - (x_1 + x_2)^2$$

گرایان تابع f را محاسبه می کنیم.

$$\nabla f = (20 - 4x_1 - 2x_1 - 2x_2, 16 - 2x_2 - 2(x_1 + x_2))$$

برای نقطه $(0,0)$ ، گرایان محاسبه می شود.

$$\nabla f(0,0) = (20,16)$$

$$x_1^{new} = x_1^{old} + \alpha \frac{df}{dx_1} \rightarrow x_1^{new} = 0 + 20\alpha = 20\alpha$$

$$x_2^{new} = x_2^{old} + \alpha \frac{df}{dx_2} \rightarrow x_2^{new} = 0 + 16\alpha = 16\alpha$$

$$f(20\alpha, 16\alpha) = 400\alpha + 256\alpha - 800\alpha^2 - 256\alpha^2 - (36\alpha)^2 = 656\alpha - 2352\alpha^2$$

$$\frac{df}{d\alpha} = 656 - 4704\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0.139$$

$$x_1 + x_2 = 36\alpha \simeq 5$$

گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۵- نقطه $(0, 2, 0, 7, 0)$ برای مدل بهینه‌سازی زیر:

$$\begin{aligned} \max \quad & 8x_1 - 9x_2 + 12x_3 + 4x_4 + 11x_5 \\ \text{s.t.:} \quad & 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 3x_5 \leq 1 \\ & x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 \leq 1 \\ & 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 2x_4 + 3x_5 \leq 22 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

(۱) بهینه نیست.

(۳) فرین تباهیده است.

(۲) درونی است.

(۴) تنها جواب بهینه است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

فرم گسترده جواب $(0, 2, 0, 7, 0, 0, 1, 0)$ به صورت $(0, 2, 0, 7, 0, 0, 1, 0)$ است که به تعداد محدودیت ها، متغیر پایه با مقدار مثبت داریم. لذا این نقطه، یک فرین تباهیده نیست. جواب پایه این جواب (x_2, x_4, s_2) است اکنون ضرایب غیرپایه در تابع هدف در این پایه محاسبه می شود.

$$B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 7 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{7} & 0 \\ \frac{7}{3} & -\frac{2}{7} & 0 \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{7} & 1 \end{bmatrix}$$

$$z_1 = +8 - (-9 \quad 4 \quad 0) B^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} = -0.3$$

شرط بهینگی را نقض کرده است و این جواب، تنها جواب بهینه نیست و لذا گزینه ۱ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- ماتریس هزینه مسئله تخصیص با تابع هدف کمینه‌سازی به شکل زیر است. مقدار بهینه تابع هدف p^* در کدام مورد صدق می‌کند؟

۱۷	۱۰	۲۷	۳۰	۴۰
۴۰	۵۰	۳۰	۲۵	۳۵
۸۰	۶۰	۴۰	۵۰	۶۰
۳۰	۵۰	۹۰	۶۰	۴۰
۷۰	۸۰	۵۰	۶۰	۴۰

$$۱۱۰ < p^* \leq ۱۳۰ \quad (۲)$$

$$p^* \leq ۱۱۰ \quad (۴)$$

$$۱۳۰ \leq p^* \leq ۱۵۰ \quad (۱)$$

$$۱۵۰ < p^* \quad (۳)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

۱۷	۱۰	۲۷	۳۰	۴۰
۴۰	۵۰	۳۰	۲۵	۳۵
۸۰	۶۰	۴۰	۵۰	۶۰
۳۰	۵۰	۹۰	۶۰	۴۰
۷۰	۸۰	۵۰	۶۰	۴۰

$$10+25+40+30+40=145$$

لذا فقط گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- یک مسئله حمل و نقل با n مرکز عرضه و n مرکز تقاضا را در نظر بگیرید، حداقل n چقدر باشد تا نسبت تعداد یک‌ها نسبت به تعداد صفرها در ماتریس ضرایب مدل بهینه‌سازی خطی این مسئله اکیداً کمتر از یک درصد شود؟

(۲) ۹۸

(۱) ۵۱

(۴) ۱۰۸

(۳) ۱۰۲

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

به تعداد n کمان و $2n$ معادله است که مقدار یک دارند. در هر سطر n^2 مولفه داریم که n تای آن یک است و لذا $n^2 - n$ صفر داریم.

$$\frac{NO.1}{NO.0} = \frac{(2n)(n)}{2n(n^2 - n)} \rightarrow \frac{n}{n^2 - n} < \frac{1}{100} \rightarrow 100n < n^2 - n \rightarrow n^2 - 101n > 0 \rightarrow n > 101$$

اولین عدد صحیحی که صدق می کند، ۱۰۲ است و لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۸- یک مدل بهینه‌سازی دارای محدودیت‌های خطی با تابع هدف زیر است. برای خطی‌سازی این تابع هدف حداقل چه تعداد محدودیت جدید نیاز است؟

$$\max x_1 - x_2 x_3 + x_4 x_5$$

x_2 و x_4 متغیرهای صفرویک و x_3 و x_5 متغیرهای عدد صحیح با شرط $2 \leq x_3 \leq 10$ و $2 \leq x_5 \leq 10$ هستند.

۷ (۲)

۸ (۱)

۵ (۴)

۶ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\text{Max} \quad x_1 - x_2 x_3 + x_4 x_5$$

$u_1 \quad u_2$

$$\left. \begin{array}{l} 2x_2 \leq u_1 \leq 10x_2, u_1 \geq x_3 + M(x_2 - 1) \rightarrow 3\text{constr} \\ 2x_4 \leq u_2 \leq 10x_4, u_2 \geq x_5 + M(x_4 - 1) \rightarrow 3\text{constr} \end{array} \right\} \rightarrow 6\text{constr}$$

$$x_2 = 1 \rightarrow 2 \leq u_1 \leq 10, u_1 \geq x_3 + 0 \xrightarrow{\text{Max}-u_1 = \text{Min } u_1} u_1 = x_3$$

$$x_2 = 0 \rightarrow u_1 = 0, u_1 \geq x_3 - M \rightarrow \geq x_3 \leq M \rightarrow \text{always OK}$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

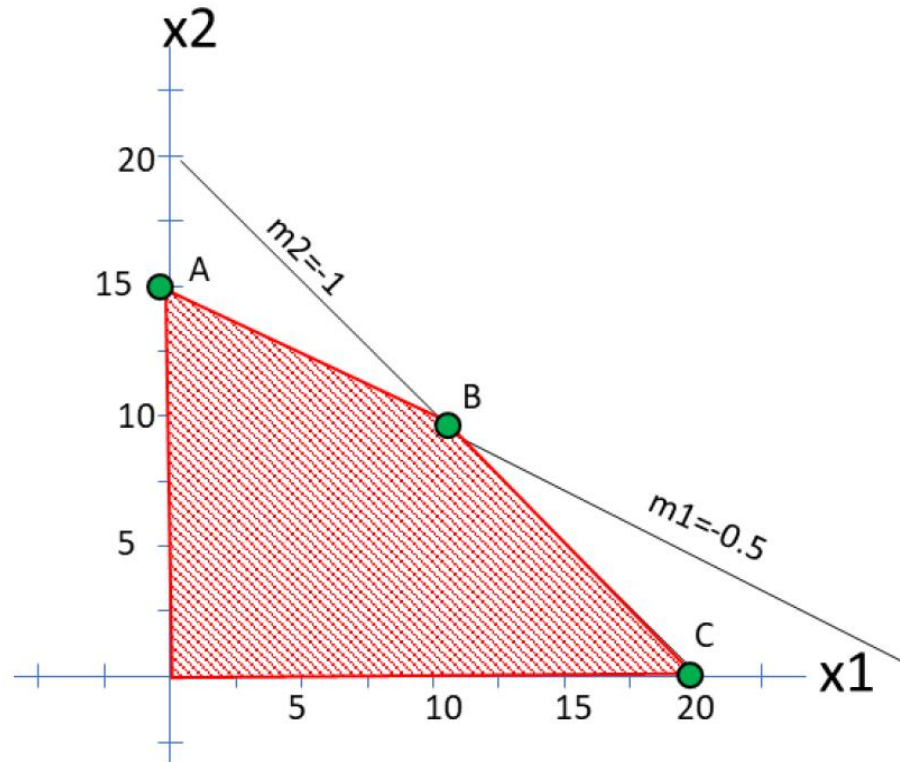
۳۹- فرض کنید $z^*(\theta)$ مقدار بهینه تابع هدف مدل زیر است:

$$\begin{aligned} \max \quad & (10 + \theta)x_1 + (30 - \theta)x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 30 \\ & x_1 + x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

بیشترین قدرمطلق تغییر شیب تابع $z^*(\theta)$ در نقاط شکست چه مقداری است؟

- | | |
|---------|--------|
| (۱) صفر | (۲) ۱۰ |
| (۳) ۱۵ | (۴) ۲۰ |

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

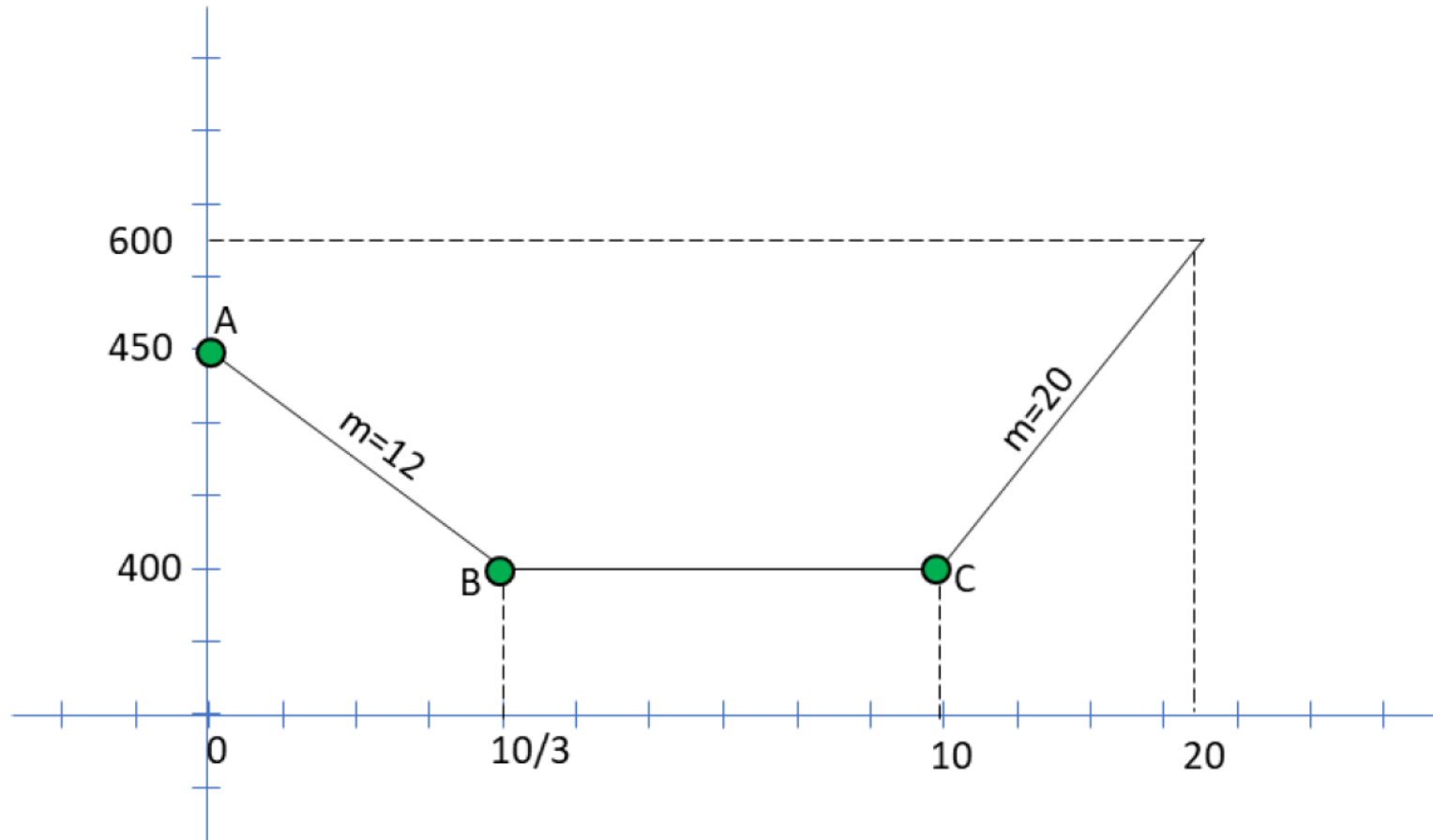


$$(10 + \theta)x_1 + (30 - \theta)x_2 \rightarrow x_2 = \frac{10 + \theta}{\theta - 30} x_1$$

$$\frac{10 + \theta}{\theta - 30} = -0.5 \rightarrow \theta = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10 + \theta}{\theta - 30} = -1 \rightarrow \theta = 10$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



بیشترین تغییرات مربوط به نقطه C است که برابر ۲۰ است لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۰- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad z = x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3$$

$$\text{s.t.:} \quad x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 \leq b_2$$

$$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 \leq b_3$$

$$x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0$$

جدول زیر یکی از جداول میانی روش سیمپلکس برای حل مدل فوق است. مقدار $c_2 + c_3$ کدام است؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
	$\frac{8}{5}$	0	0	1	0	$-\frac{1}{5}$	8
	$\frac{16}{5}$	0	1	0	1	$-\frac{2}{5}$	16
	$\frac{2}{5}$	1	1	0	0	$\frac{1}{5}$	6
	$-\frac{1}{5}$	0	3	0	0	$\frac{2}{5}$	

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) +۱

(۴) +۴

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	RHS
Z	1	-1/5	0	3	0	0	2/5	0
S_1	0	8/5	0	0	1	0	-1/5	8
S_2	0	16/5	0	1	0	1	-2/5	16
X_2	0	2/5	1	1	0	0	1/5	6
Z	1	-1	-2	1	0	0	0	-12
S_1	0	2	1	1	1	0	0	14
S_2	0	4	2	3	0	1	0	28
S_3	0	2	5	5	0	0	1	30

۱-۲+۱=-۱ که اگر به طرف دیگر آورده شود برابر ۱ می شود و گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۱- با توجه به صورت سؤال ۴۰، مقدار $b_1 + b_2 - b_3$ کدام است؟

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$b_1 + b_2 + b_3 = 14 + 28 - 30 = 12$$

گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- در جواب اولیه حاصل از روش وُگل برای مسئله حمل و نقل زیر، چند متغیر پایه مقدار صفر می‌گیرند؟

۱۰	۰	۲۰	۱۱	۱۵
۱۲	۷	۹	۲۰	۲۵
۰	۱۴	۱۶	۱۸	۵
۵	۱۵	۱۵	۱۰	

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

ستون ۱ حذف
می شود

	۱	۲	۳	۴	عرضه	اختلاف ستونی
۱	۱۰	۰	۲۰	۱۱	۱۵	۱۰
۲	۱۲	۷	۹	۲۰	۲۵	۲
۳	۰	۱۴	۱۶	۱۸	۵	۱۴
تقاضا	۵	۱۵	۱۵	۱۰		
اختلاف سطری	۱۰	۷	۷	۷		

$$X_{31}=5$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

ستون ۲ حذف
می شود

	۲	۳	۴	عرضه	اختلاف ستونی
۱	۰ ۱۵	۲۰	۱۱	۱۵→۰	۱۱
۲	۷	۹	۲۰	۲۵	۲
۳	۱۴	۱۶	۱۸	۵→۰	۲
تقاضا	۱۵→۰	۱۵	۱۰		
اختلاف سطری	۷	۷	۷		

$$X_{12}=15$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

ستون ۳ حذف
می شود

	۳	۴	عرضه	اختلاف ستونی
۱	۲۰	۱۱	۱۵→۰	۹
۲	۹ ۱۵	۲۰	۲۵→۱۰	۱۱
۳	۱۶	۱۸	۵→۰	۲
تقاضا	۱۵→۰	۱۰		
اختلاف سطری	۷	۷		

$$X_{23}=15$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

اختلاف ستونی	عرضه	۴	
۹	$15 \rightarrow 0$	۰	۱۱
۱۱	$25 \rightarrow 10$	۱۰	۲۰
۲	$5 \rightarrow 0$	۰	۱۸
		۱۰	تقاضا
		۷	اختلاف سطری

$$\begin{aligned} X_{14} &= 0 \\ X_{24} &= 10 \\ X_{34} &= 0 \end{aligned}$$

دو متغیر پایه برابر صفر دارد لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- یک گراف ساده با مجموعه رئوس V و یال‌های E را در نظر بگیرید. یک رنگ‌آمیزی رأسی برای این گراف با رنگ‌های منتخب از مجموعه C را صحیح می‌نامند، اگر رنگ تخصیص داده‌شده به هیچ دو رأس مجاوری یکسان نباشد. کمترین تعداد رنگی که می‌توان با آن برای گراف مذکور یک رنگ‌آمیزی رأسی صحیح داشت توسط کدام مدل تعیین می‌شود؟

$$\begin{array}{ll} \min \sum_{i \in C} y_i & \min \sum_{i \in C} y_i \\ \text{s.t.: } \sum_{i \in C} x_{vi} \leq 1 & \text{s.t.: } \sum_{i \in C} x_{vi} = 1 \quad v \in V \quad (2) \\ x_{ui} + x_{vi} = y_i \quad (u, v) \in E, i \in C & x_{ui} + x_{vi} \leq y_i \quad (u, v) \in E, i \in C \\ x_{vi}, y_i \in \{0, 1\} \quad v \in V & x_{vi}, y_i \in \{0, 1\} \quad v \in V \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{ll} \min \sum_{i \in C} y_i & \min \sum_{i \in C} y_i \\ \text{s.t.: } \sum_{i \in C} x_{vi} = 1 & \text{s.t.: } \sum_{i \in C} x_{vi} \leq 1 \quad v \in V \quad (4) \\ x_{ui} + x_{vi} = y_i \quad (u, v) \in E, i \in C & x_{ui} + x_{vi} \leq y_i \quad (u, v) \in E, i \in C \\ x_{vi}, y_i \in \{0, 1\} \quad v \in V & x_{vi}, y_i \in \{0, 1\} \quad v \in V \end{array} \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

این مسئله معروف به مسئله رنگ آمیزی است.

X_{ui} برابر ۱ است اگر گره u با رنگ i رنگ شود. و برابر صفر در غیر این صورت.

Y_i برابر ۱ است اگر رنگ i استفاده شود و برابر صفر در غیر این صورت.

با تعریف متغیرهای فوق، مدل به صورت زیر می شود:

تابع هدف حداقل کردن تعداد رنگ ها است که به صورت زیر تعریف می شود.

$$\text{Min} \sum_{i \in C} y_i$$

محدودیت ها به صورت زیر تعریف می شود.

۱- هر گره یک رنگ بخورد.

$$\sum_{i \in C} X_{vi} = 1 \quad \forall v \in V$$

۲- دو گره مجاور با یک کمان متصل شده است، تک رنگ نباشد

$$X_{ui} + X_{vi} \leq y_i$$

متغیرهای X_{ui} و y_i صفر و یک است لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۴- یک انتشارات قصد برنامه ریزی برای سال پیش روی خود را دارد. آنها می خواهند با اجاره تعدادی ماشین چاپ و صحافی (با ظرفیت های زمانی مشخص) از ۵ ماشین موجود اقدام به انتشار تعدادی از سه کتاب ۱، ۲ و ۳ بکنند (فقط یک ماشین چاپ و یک ماشین صحافی باید انتخاب شود). برای تحویل یک جلد از هر یک از این سه کتاب به زمان های مشخص از هر یک از ماشین های چاپ و صحافی نیاز است که این زمان ها می توانند بسته به ماشین و عنوان کتاب فرق کنند. در جداول زیر زمان های مورد نیاز، ظرفیت هر ماشین و هزینه کل اجاره هر ماشین داده شده است. سود حاصل از فروش هر جلد از سه کتاب ۱، ۲ و ۳ به ترتیب، ۴۰، ۵۰ و ۷۰ واحد پولی است. ضمناً انتشارات باید حداقل ۵۰۰ جلد از کتاب ۳ تحویل دهد. این انتشارات به دنبال بیشینه سازی سود خود با تصمیم گیری مناسب است. متغیرهای صغریک y_1, y_2, \dots, y_5 به منظور انتخاب هر یک از ۵ ماشین تعریف شده اند.

ماشین \ کتاب	ماشین چاپ ۱	ماشین چاپ ۲	ماشین چاپ ۳	ماشین صحافی ۱	ماشین صحافی ۲
۱	۳	۶	۴	۱۰	۱۰
۲	۲	۳	۳	۱۲	۱۱
۳	۴	۵	۵	۱۵	۱۴
ظرفیت زمان ماشین	۱,۲۰۰	۱,۰۰۰	۱,۱۰۰	۳,۵۰۰	۳,۰۰۰
هزینه کل اجاره ماشین	۱۰,۰۰۰	۸,۰۰۰	۹,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۲۵,۰۰۰

حداقل چه تعداد متغیر دیگر برای مدل سازی مسئله فوق نیاز است؟

۳ (۴)

۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۸ (۱)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

X_i : تعداد کتاب نوع $i=1,2,3$

Y_j : نوع ماشین صحافی $j=1,2,3,4,5$

$$\text{Max } 40x_1 + 50x_2 + 70x_3 - 10000y_1 - 8000y_2 - 9000y_3 - 20000y_4 - 25000y_5$$

s.t.

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 1200y_1$$

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 1000y_2$$

$$4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 1100y_3$$

$$10x_1 + 12x_2 + 15x_3 \leq 3500y_4$$

$$10x_1 + 11x_2 + 14x_3 \leq 3000y_5$$

$$x_3 \geq 500$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1$$

$$y_4 + y_5 = 1$$

سه متغیر x_1, x_2, x_3 نیاز است لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۵- حداقل چه تعداد محدودیت برای مدل‌سازی مسئله مطرح‌شده در سؤال ۴۴، نیاز است؟

۸ (۲)

۹ (۱)

۶ (۴)

۷ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

برای مدل سازی این مسئله نیاز به ۸ محدودیت است لذا گزینه ۲ درست است.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com