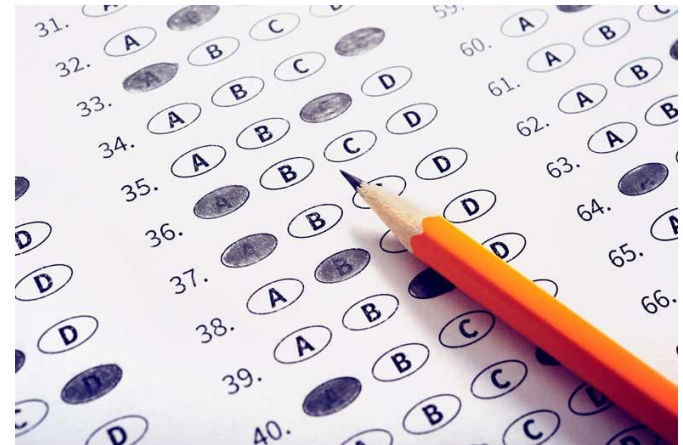
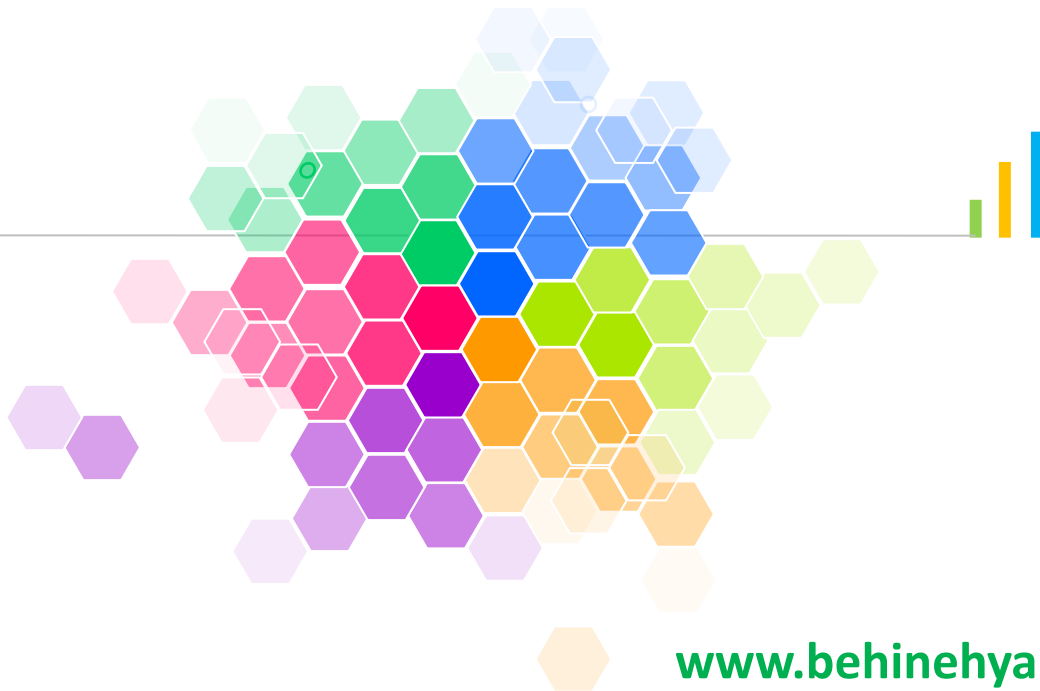


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۳۹۵



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱- مدل ریاضی زیر را در نظر بگیرید:

$$f(\alpha) = \max x$$

$$\text{st. } x \leq 1$$

$$\alpha x \leq 0$$

$$x \geq 0$$

α یک عدد حقیقی غیرمنفی می‌باشد. حل بهینه این مدل به ازای $\alpha = 0$ چیست؟ $(f(\alpha = 0))$
در مقدار α اندکی اختلال ایجاد می‌شود و مقدار آن از $\alpha = 0$ به $\alpha = \varepsilon$ (یک عدد مثبت بسیار کوچک می‌باشد)
تغییر می‌یابد. در این صورت مقدار تابع هدف چه خواهد شد؟ $(f(\alpha = \varepsilon))$

$$(1) \quad f(\alpha = 0) = 1, \quad f(\alpha = \varepsilon) = 1$$

$$(2) \quad f(\alpha = 0) = 1, \quad f(\alpha = \varepsilon) = 0$$

$$(3) \quad f(\alpha = 0) = 0, \quad f(\alpha = \varepsilon) = 1$$

$$(4) \quad f(\alpha = 0) = 0, \quad f(\alpha = \varepsilon) = \varepsilon$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\begin{array}{ll} f(\alpha) = \max x & f(0) = \max x \\ x \leq 1 & x \leq 1 \\ \alpha x \leq 0 & \rightarrow 0 \leq 0 \rightarrow f(\alpha = 0) = 1 \\ x \geq 0 & x \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} f(\alpha = \varepsilon) = \max x & \\ x \leq 1 & \\ \varepsilon x \leq 0 & \rightarrow x = 0, f(\alpha = \varepsilon) = 0 \\ x \geq 0 & \end{array}$$

لذا گزینه ۲ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- جدول نهایی سیمپلکس را برای یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت \min در نظر بگیرید:

	x_0	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
x_0	-1	0	0	0	1	3	2	0
x_1	0	1	0	0	4	-5	7	8
x_2	0	0	1	0	-2	4	-2	-20
x_3	0	0	0	1	1	-3	2	2

در صورتی که $\theta > 0$ باشد و از روش Dual-Simplex استفاده شود، مقدار تابع هدف در جدول بعدی سیمپلکس چه خواهد بود؟

$$x_0 = \frac{\theta}{2} \quad (۲)$$

$$x_0 = \theta - 1 \quad (۱)$$

$$x_0 = -\theta \quad (۴)$$

$$x_0 = \theta \quad (۳)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

برای این که مسئله را بتوان با روش سیمپلکس همزاد حل کرد باید تابع هدف را به صورت بیشینه حل کرد
برای این که کافی است که ضریب X_0 را از منهای یک به مثبت یک تبدیل کرد.

متغیر پایه	X_0	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	RHS
X_0	1	0	0	0	1	3	2	0
X_1	0	1	0	0	4	-5	7	8
X_2	0	0	1	0	-2	4	-2	-20
X_3	0	0	0	1	1	-3	2	2
X_0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	5	1	-10
X_1	0	1	2	0	0	3	3	-32
S_1	0	0	-1/2	0	1	-2	1	10
X_3	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	-1	1	-8

مقدار تابع هدف از صفر به ۱۰- می رسد در روش سیمپلکس مقدار تابع هدف کمتر از این نمی شود چون
مسئله به صورت بیشینه سازی است و لذا تنها گزینه ۴ می تواند درست باشد. در روش سیمپلکس همزاد، به دنبال
امکان پذیر کردن جواب است و با این کار مقدار تابع هدف کاهش می یابد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- مجموعه محدودیت‌های $AX \geq b$ را در نظر بگیرید؛ که در آن A یک ماتریس $m \times n$ می‌باشد، به گونه‌ای که $m > n$ است. درعین حال می‌دانیم که رتبه ماتریس A برابر n می‌باشد ($r(A) = n$). ماتریس A و b به ترتیب زیر تجزیه شده‌اند:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{سطر } n \\ \text{سطر } (m-n) \end{matrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{سطر } n \\ \text{سطر } (m-n) \end{matrix}$$

نقطه مفروض X_0 با وقوع کدام شرایط، یک گوشه از فضای جواب خواهد بود؟

$$A_1 X_0 \geq b_1 \quad , \quad A_2 X_0 = b_2 \quad , \quad r(A_1) < n \quad (1)$$

$$A_1 X_0 \geq b_1 \quad , \quad A_2 X_0 \geq b_2 \quad , \quad r(A_1) < n \quad (2)$$

$$A_1 X_0 = b_1 \quad , \quad A_2 X_0 \geq b_2 \quad , \quad r(A_1) = n \quad (3)$$

$$A_1 X_0 = b_1 \quad , \quad A_2 X_0 = b_2 \quad , \quad r(A_1) = n \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

ماتریس A_1 ماتریس پایه است که باید شرایط به صورت $=$ برقرار باشد. برای ماتریس باقی مانده از A ، تنها شرط محدودیت باید برقرار باشد لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f(x_1, x_2) = (\alpha^2 - 1)x_1^2 + 2\beta x_1 x_2 + x_2^2$$

تحت کدام یک از شرایط زیر، نقطه اکسترم به دست آمده برای این تابع، می‌تواند نقطه \min باشد؟

$$(1) \quad \alpha > 1, \quad \alpha^2 - \beta^2 < 1$$

$$(2) \quad \alpha > 1, \quad \beta > 1$$

$$(3) \quad (\alpha^2 - 1)\beta > 0$$

$$(4) \quad \alpha > \beta$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$f(x_1, x_2) = (\alpha^2 - 1)x_1^2 + 2\beta x_1 x_2 + x_2^2$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(\alpha^2 - 1) & 2\beta \\ 2\beta & 2 \end{bmatrix}$$

برای کمینه بودن نقطه اکسترم، باید ماتریس فوق نیمه معین مثبت باشد پس:

$$2(\alpha^2 - 1) > 0 \rightarrow \alpha^2 > 1$$

$$\det|H| > 0 \rightarrow 4(\alpha^2 - 1) - 4\beta^2 > 0 \rightarrow \alpha^2 - \beta^2 > 0$$

لذا هیچ گزینه ای صحیح نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۵- در یک مسئله می‌نیمم کردن که جواب پایه بهینه آن در اختیار است، اگر بردار ضرایب تابع هدف (C) در جهت (C') تغییر کند؛ گزینه درست کدام است؟

(۱) اگر $C_B B^{-1} A_j - C_j$ برای تمام j ها مثبت باشد، آنگاه حتماً باید $C'_B B^{-1} A_j - C'_j$ برای تمام j ها مثبت باشد، تا برای حرکت با هر اندازه‌ای در جهت C' ، جواب بهینه باقی بماند.

(۲) اگر گام حرکت روی جهت C' کوچک‌تر از $\min \left\{ \frac{C_B B^{-1} A_j - C_j}{C'_B B^{-1} A_j - C'_j} \right\}$ باشد، جواب بهینه تغییر نمی‌کند.

(۳) اگر $C'_B B^{-1} A_j - C'_j$ برای تمام j ها مثبت باشد، برای هر اندازه حرکت در جهت C' ، جواب بهینه باقی می‌ماند.

(۴) اگر $C'_B B^{-1} A_j - C'_j$ برای تمام j ها؛ کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد، با کوچک‌ترین حرکت در جهت C' ، بهینگی به هم خواهد خورد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

فرض کنید مقدار c به $c + \theta c'$ تغییر کند در این صورت مقدار ضرایب تابع هدف به صورت زیر تغییر می کند.

$$(z_j - c_j)_{new} = (c_B + \theta c'_B)B^{-1}a_j - (c_j + \theta c'_j) = \underbrace{(c_B B^{-1}a_j - c_j)}_{(z_j - c_j)_{old}} + \theta \underbrace{(c'_B B^{-1}a_j - c'_j)}_{(z_j - c'_j)}$$

چون جواب فعلی بهینه است، لذا $(z_j - c_j)_{old} \leq 0$ است. اگر $z_j - c'_j \leq 0$ باشد، به ازای هر θ ، جواب جدید

بهینه است. ولی اگر $z_j - c'_j \geq 0$ باشد، حداکثر مقدار θ برابر است با:

$$(c_B B^{-1}a_j - c_j) + \theta(c'_B B^{-1}a_j - c'_j) \leq 0 \rightarrow \theta \leq \frac{-(c_B B^{-1}a_j - c_j)}{(c'_B B^{-1}a_j - c'_j)}$$

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- مدل برنامه‌ریزی حمل‌ونقل با هزینه‌ها و مقادیر عرضه و تقاضای زیر را در نظر بگیرید:

اگر در حل اولیه که با روش گوشه شمال غربی به دست آمده است، X_{13} ، اولین کاندید ورود به پایه باشد، ضریب هزینه آن یعنی (۱) چقدر باید افزایش یابد، تا متغیر بعدی هم کاندید ورود به پایه شود؟

مقصد \ مبدأ	عرضه			(۱) ۵
	۱	۲	۳	(۲) ۳
۱	۱	۲	۱	(۳) ۲
۲	۰	۴	۵	(۴) ۱
۳	۲	۳	۳	
تقاضا	۳۰	۲۰	۲۰	

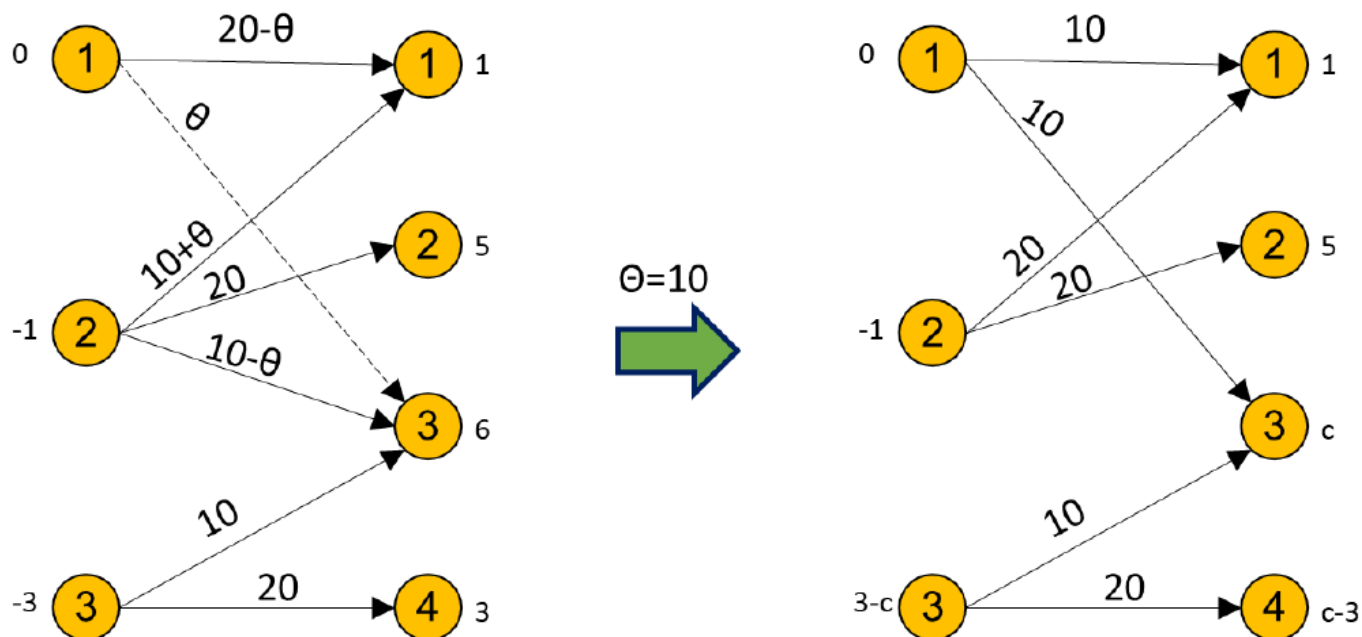
حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

چون مجموع عرضه برابر ۹۰ و برابر با مجموع تقاضا نیست که برابر با ۷۰ است، لذا نیاز است قبل از حل به روش شمال غربی یک ستون با تقاضای ۲۰ اضافه شود.

عرضه	۱	۲	۳	۴	مقصد مبدا
۲۰	۲۰				۱
۴۰	۱۰	۲۰	۱۰		۲
۳۰			۱۰	۲۰	۳
	۳۰	۲۰	۲۰	۲۰	تقاضا

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

کمان های کاندید برای ورود به پایه به صورت زیر است.

$$c_{14} = 0 - 0 - c + 3 = 3 - c$$

$$c_{24} = 0 + 1 - c + 3 = 4 - c$$

$$c_{12} = 2 - 0 - 5 = -3$$

$$c_{23} = 5 + 1 - c = 6 - c$$

$$c_{31} = 2 + c - 3 - 1 = c - 2$$

$$c_{32} = 3 + c - 3 - 5 = c - 5$$

اگر منظور از متغیر بعدی، X_{14} باشد، c باید تا ۳ بالا رود تا $\bar{c}_{ij} = 0$ شود و امکان ورود به پایه باشد لذا c باید ۲ واحد افزایش یابد لذا گزینه ۳ درست است. در صورت سوال باید گفته می شود که متغیر بعدی همان X_{14} است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- مدل غیرخطی زیر را در نظر بگیرید. معادل خطی این مدل کدام است؟

در این مدل توابع f, g و $h_i, i=1, \dots, m$ توابع خطی اند

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= |f(x) - g(x)| \\ h_i(x) &\leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

M : عدد بسیار بزرگ، δ : متغیر صفر و یک، x : بردار متغیرهای تصمیم

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= y \\ \text{s.t. } y &\leq f(x) - g(x) + M\delta \\ y &\leq g(x) - f(x) + M(1 - \delta) \quad (1) \\ h_i(x) &\leq b_i, \quad \forall i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= y \\ \text{s.t. } y &\geq f(x) - g(x) \\ y &\geq g(x) - f(x) \quad (2) \\ h_i(x) &\leq b_i, \quad \forall i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= y \\ \text{s.t. } y &\geq f(x) - g(x) \\ y &\geq g(x) - f(x) \quad (3) \\ h_i(x) &\leq b_i, \quad \forall i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= y \\ \text{s.t. } y &\leq f(x) - g(x) + M\delta \\ y &\leq g(x) - f(x) + M(1 - \delta) \quad (4) \\ h_i(x) &\leq b_i, \quad \forall i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\text{Max } Z = |f(x) - g(x)|$$

$$h_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \geq 0$$

$$\begin{array}{l} \text{Max } Z = y \\ y \leq |f(x) - g(x)| \\ h_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Max } Z = y \\ \left\{ \begin{array}{l} f(x) - g(x) \geq y \\ \text{or} \\ f(x) - g(x) \leq -y \end{array} \right. \\ h_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Max } Z = y \\ \left\{ \begin{array}{l} y \leq f(x) - g(x) \\ \text{or} \\ y \leq g(x) - f(x) \end{array} \right. \\ h_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \end{array}$$

$$\text{Max } Z = y$$

$$y \leq f(x) - g(x) + M\delta$$

$$y \leq g(x) - f(x) + M(1 - \delta)$$

$$h_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۸- مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول بهینه سیمپلکس مربوط به آن را در نظر بگیرید. ضریب متغیر x_1 در تابع هدف (C_1) در چه محدوده‌ای می‌تواند تغییر کند، به‌طوری که مسئله همچنان بهینه باقی بماند؟

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 9x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_2	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2
x_1	1	0	-1	2	0
Z	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	18

$$3 \leq C_1 \leq 5 \quad (1)$$

$$\frac{7}{2} \leq C_1 \leq 5 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \leq C_1 \leq \frac{9}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \leq C_1 \leq \frac{7}{2} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	X_1	X_2	X_3	X_4	RHS
X_2	0	1	$1/2$	$-1/2$	2
X_1	1	0	-1	2	0
Z	$0-\Delta c$	0	$3/2$	$3/2$	18

$$\left. \begin{array}{l} -1 \times \Delta c + \frac{3}{2} \geq 0 \rightarrow \Delta c \leq \frac{3}{2} \\ 2 \times \Delta c + \frac{3}{2} \geq 0 \rightarrow \Delta c \geq -\frac{3}{4} \end{array} \right\} \rightarrow -\frac{3}{4} + 3 \leq \underset{c_1}{3 + \Delta c} \leq 3 + \frac{3}{2} \rightarrow \frac{9}{4} \leq c_1 \leq \frac{9}{2}$$

هیچ کدام از گزینه ها در بازه فوق دقیقاً قرار نمی گیرد ولی گزینه ۳ جز محدوده است و لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- اگر جدول زیر، یکی از جداول حل مسئله به روش سیمپلکس باشد، آنگاه کدام گزینه ارائه‌دهنده یک جهت رأسی است؟

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R.H.S
	-۱	۰	۰	-۲	۰	
x_3	۱	۰	۱	-۱	۰	۲
x_2	۱	۱	۰	۰	۰	۱
x_5	-۱	۰	۰	-۲	۱	۰

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_4 \quad (۴)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} x_4 \quad (۳)$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_4 \quad (۲)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} x_4 \quad (۱)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

$$x_3 = 2 + x_4$$

$$x_2 = 1 + 0 \times x_4$$

$$x_5 = 0 + 2x_4$$

در جهت $\begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \\ x_3 \\ 0 \\ x_5 \end{pmatrix}$ با افزایش x_4 می‌توان حرکت کرد تا به یک جواب دیگر گوشه رسید. لذا جهت حرکت به صورت زیر می‌شود.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} x_4$$

هیچ کدام از گزینه‌ها دقیقاً با جهت فوق برابر نیست ولی گزینه ۱ از سایر گزینه‌ها نزدیک‌تر است لذا

گزینه ۱ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۰- فرض کنید یک مسئله LP با تابع هدف Max و دو محدودیت \geq با روش سیمپلکس دوگان حل شده و جدول بهینه زیر حاصل شده است. اگر y_2 ، برابر دومین متغیر دوگان و L_1 برابر متغیر کمکی اولین محدودیت دوگان باشد، آنگاه:

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	R.H.S
-Z	-۲	۰	-۱	۰	-۳	
S_1	۲	۰	۱	۱	-۲	۵
x_2	-۱	۱	۳	۰	۳	۱۰

$$L_1 = 2, \quad y_2 = 3 \quad (1)$$

$$L_1 = 2, \quad y_2 = -3 \quad (2)$$

$$L_1 = -2, \quad y_2 = 3 \quad (3)$$

$$L_1 = -2, \quad y_2 = -3 \quad (4) \text{ از روی جدول قابل تشخیص نیست.}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	-2	0	-1	0	-3	
S_1	2	0	1	1	-2	5
X_2	-1	1	3	0	3	10
Z	-3	1	2	0	0	
S_1	4/3	2/3	3	1	0	5+20/3
S_2	-1/3	1/3	1	0	1	10/3

y_2 برابر دومین متغیر دوگان است لذا ضریب متغیر کمکی محدودیت دوم با S_2 برابر ان مقدار است که برابر ۳- می شود. از طرفی اگر محدودیت اول دوگان را برای مدل اولیه بنویسیم:

$$\frac{4}{3}y_1 - \frac{1}{3}y_2 \geq -3$$

$$\frac{4}{3}y_1 - \frac{1}{3}y_2 - L_1 = -3 \xrightarrow{y_1=0, y_2=-3} \frac{4}{3}(0) - \frac{1}{3}(-3) - L_1 = -3 \rightarrow L_1 = 2$$

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۱- تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$$

$$0 \leq x_1 \leq 2, \quad 0 \leq x_2 \leq 2$$

در مورد این تابع، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) تابع محدب است و دارای min برابر با (۱,۱) می‌باشد.
- (۲) تابع مقعر است و دارای max برابر با (۲,۲) می‌باشد.
- (۳) تابع در فاصله داده شده غیرمحدب می‌باشد و max آن (۲,۲) است.
- (۴) تابع در فاصله داده شده غیرمحدب می‌باشد و min آن (۰,۰) است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

$$f(x) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2 \quad 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq 2$$

$$H(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x_1 & -3 \\ -3 & 6x_2 \end{bmatrix}$$

$$6x_1 > 0, \det H = 36x_1x_2 - 9 \geq 0$$

اگر دترمینان H مثبت بود انگاه تابع محدب می شد ولی در بازه $[0, 2]$ می تولند دترمینان مثبت یا منفی باشد و لذا این تابع غیرمحدب است. اگر $(x_1, x_2) = (1, 1)$ باشد، مقدار تابع هدف -1 می شود که از مقدار صفر کمتر است و لذا نقطه $(x_1, x_2) = (0, 0)$ کمینه نیست. و گزینه ۴ صحیح نیست.

اگر $(x_1, x_2) = (2, 0)$ باشد مقدار تابع هدف 8 است و مقدار تابع هدف در نقطه $(x_1, x_2) = (2, 2)$ برابر 4 است و لذا گزینه ۳ هم درست نیست.

هیچ گزینه ای درست نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- محدودیت‌های مدل (۱) را در نظر بگیرید، که در آن‌ها متغیرهای x_1 و x_2 و x_3 همگی صفر و یک هستند.

$$\text{مدل (۱)} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 = (0, 1) \end{cases}$$

ضرایب غیرمنفی k_1 و k_2 را در مدل (۲) در نظر بگیرید این مدل به صورت زیر نوشته شده است:

$$\text{مدل (۲)} \quad k_1(2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5) + k_2(x_1 + 2x_2 + x_3 - 3) \leq 0$$

در این وضعیت، گزینه صحیح، کدام است؟

- (۱) این دو مدل قابل مقایسه نمی‌باشند و هر یک مجموعه حل‌های قابل قبول خود را دارند.
- (۲) مجموعه حل‌های قابل قبول مدل ۱ همواره زیر مجموعه حل‌های قابل قبول مدل ۲ می‌باشند.
- (۳) تمامی حل‌های قابل قبول مدل ۱، حل قابل قبول مدل ۲ نیز هستند.
- (۴) حتی اگر مدل ۱ غیرقابل قبول هم باشد، مدل ۲ حل قابل قبول خواهد داشت.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

مدل (۲) ترکیب خطی مدل (۱) است و فضای امکان پذیر مدل (۲) شامل مدل (۱) می شود لذا تمامی حلهای قابل قبول (۱)، برای مدل (۲) هم قابل قبول است. که گزینه های ۲ و ۳ این مفهوم را بیان می کنند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- مدل برنامه‌ریزی صفر و یک زیر را در نظر بگیرید:

$$\min \quad x_o = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1$$

$$x_{ij} = (0, 1) \quad \forall i, j$$

اگر ضریب تابع هدف C_{ij} به مقدار جدید $C_{ij} + \alpha_i + \beta_j$ (که α_i و β_j مقادیر ثابت می‌باشند) تغییر نماید، مقدار جدید تابع هدف (x'_o) کدام است؟

$$x'_o = x_o + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha_i} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\beta_j} \quad (1)$$

$$x'_o = x_o + \sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j \quad (2)$$

$$x'_o = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \beta_j x_o \quad (3)$$

$$x'_o = x_o \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\begin{aligned}x'_0 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c'_{ij} x_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (c_{ij} + \alpha_i + \beta_j) x_{ij} = \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}}_{x_0} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \underbrace{\sum_{j=1}^n x_{ij}}_{=1} + \sum_{j=1}^n \beta_j \underbrace{\sum_{i=1}^n x_{ij}}_{=1} = \\&= x_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j\end{aligned}$$

گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۴- جدول بهینه سیمپلکس یک مدل برنامه‌ریزی خطی با تابع هدف داده شده به صورت زیر است:

	x_0	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	R.H.S
x_0	-۱	۰	-۲	۰	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	-۱۷
x_1	۰	۱	α	۰	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
x_3	۰	۰	۱	۱	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	β

$\max x_0 = 3x_1 + x_2 + 4x_3$ ؟ است β و α کدام گزینه نشان دهنده α و β است؟

$$\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = 3 \quad (۱)$$

$$\alpha = 3, \beta = \frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\alpha = \frac{5}{3}, \beta = \frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = 1 \quad (۴)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



متغیر پایه	X_0	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
X_0	-1	0	-2	0	-1/5	-3/5	-17
X_1	0	1	A	0	1/3	-1/3	5/3
X_3	0	0	1	1	-1/5	2/5	β
X_0	-1	0	-3	-1	0	-1	$-17-\beta$
X_1	0	1	$a+5/3$	5/3	0	1/3	$5/3+5/3\beta$
S_1	0	0	-5	-5	1	-2	-5β
X_0	-1	3	$2+3a$	4	0	0	$-12+4\beta$
S_2	0	3	$3a+5$	5	0	1	$5+5\beta$
S_1	0	6	$6a+5$	5	1	0	$5\beta+10$

$$2+3a=1 \rightarrow a=-\frac{1}{3}$$

$$-12+4\beta=0 \rightarrow \beta=3$$

لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- در حل بهینه یک مسئله برنامه‌ریزی خطی داریم:

$$X_B = (x_1, S_2, x_3)$$

$$X_N = (x_2, S_1, S_3)$$

$$C_B = (1, 0, -4)$$

$$C_N = (1, 0, 0)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

x_1 ، x_2 و x_3 متغیرهای اصلی و S_1 ، S_2 و S_3 متغیرهای خفیف می‌باشند.

اگر تابع هدف را با z و بردار سمت راست محدودیت‌ها را با b نمایش دهیم، کدام گزینه نشان‌دهنده $\frac{\partial z}{\partial b}$ می‌باشد؟

(۱) $(-\frac{1}{3}, 2, \frac{2}{3})$

(۲) $(\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3})$

(۳) $(-1, 0, -2)$

(۴) $(2, -1, 1)$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$Z = c_B B^{-1} b \rightarrow \frac{dZ}{db} = c_B B^{-1} = (1 \quad 0 \quad -4) \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} = (-1 \quad 0 \quad -2)$$

گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۶- جدول نهایی سیمپلکس یک مدل برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر می‌باشد:

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R.H.S
z	۱	b	c	۰	۰	h	g	-۱۲
x_6	۰	۲	۰	$-\frac{14}{3}$	۰	۱	a	a
x_2	۰	۳	d	۲	۰	$\frac{5}{2}$	۵	۵
x_4	۰	۰	e	f	۱	۲	۰	۰

مسئله دارای سه محدودیت است و تابع هدف آن به صورت $\min -2x_4 - x_5 - 2x_6$ داده شده است. x_2, x_1 و x_3 متغیرهای خفیف می‌باشند. کدام گزینه صحیح است؟

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x_5}, \frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right) = (5, 1) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x_5}, \frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right) = (5, -3) \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x_5}, \frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right) = (-3, 1) \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x_5}, \frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right) = (1, -3) \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$x_2 \text{ row} \rightarrow 3x_1 + dx_2 + 2x_3 + \frac{5}{2}x_5 + 5x_6 = 5 \xrightarrow{d=1} x_2 = -3x_1 - 2x_3 - \frac{5}{2}x_5 - 5x_6 + 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} = -3 \rightarrow Z + bx_1 + cx_2 + hx_5 + gx_6 = -12 \rightarrow \frac{\partial Z}{\partial x_5} = -h \\ h = c_B B^{-1} a_5 - c_5 = (-2 \quad 0 \quad -2) \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{5}{2} \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} - (-1) = -5 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\partial Z}{\partial x_5} = 5$$

گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۷- ماتریس عایدی بازی زیر را در نظر بگیرید. استراتژی بهینه بازیکن ۲ کدام است؟

بازیکن ۲

بازیکن ۱

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

(۱) $(0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

(۲) $(\frac{3}{4}, 0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$

(۳) $(\frac{1}{4}, 0, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$

(۴) $(\frac{3}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

بازیکن ۲

	y_1	y_2	y_3	y_4
بازیکن ۱	-1	0	3	3
	1	1	0	2
	2	-2	0	1
	2	3	3	0

$$\underset{player\ 2}{Min} \left\{ \underset{player\ 1}{Max} \left\{ \overbrace{-y_1 + 3y_3 + 3y_4}^{a_1}, \overbrace{y_1 + y_2 + 2y_4}^{a_2}, \overbrace{2y_1 - 2y_2 + y_4}^{a_3}, \overbrace{2y_1 + 3y_2 + 3y_3}^{a_4} \right\} \right\}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

با کنترل گزینه ها، عایدی بازیکن ۱ را بدست می آوریم:

$$1) \rightarrow a_1 = \frac{12}{7}, a_2 = \frac{9}{7}, a_3 = -\frac{3}{7}, a_4 = \frac{12}{7} \Rightarrow \max a_j = \frac{12}{7}$$

$$2) \rightarrow a_1 = \frac{9}{7}, a_2 = \frac{5}{7}, a_3 = 1, a_4 = \frac{15}{7} \Rightarrow \max a_j = \frac{15}{7}$$

$$3) \rightarrow a_1 = \frac{17}{7}, a_2 = 1, a_3 = \frac{5}{7}, a_4 = \frac{11}{7} \Rightarrow \max a_j = \frac{17}{7}$$

$$4) \rightarrow a_1 = \frac{9}{7}, a_2 = \frac{9}{7}, a_3 = \frac{9}{7}, a_4 = \frac{9}{7} \Rightarrow \max a_j = \frac{9}{7}$$

بازیکن ۲ از میان سیاست های بالا، حالت ۴ که برابر $\frac{9}{7}$ را انتخاب می کند چون کمترین است و لذا گزینه

۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- در یک مسئله برنامه ریزی پویا، i اندیس مرحله و β_i نشانگر متغیر وضعیت در ابتدای آن مرحله می باشد. $V_i(\beta_i)$ تابع ارزش در مرحله i ام است. اگر رابطه برگشتی در مرحله i ام برای مسئله به صورت زیر تعریف شده باشد:

$$V_i(\beta_i) = \max_{0 \leq x_i \leq \frac{\beta_i}{a_i}} \left\{ x_i^{k_i} \times V_{i-1}(\beta_i - a_i x_i) \right\}$$

کدام مدل، نمایانگر مسئله اصلی می باشد؟

$$\begin{aligned} \max \quad & \prod_{i=1}^n x_i^{k_i} \quad (k_i \geq 1) \\ \text{s.t.} \quad & \prod_{i=1}^n a_i x_i = b \quad (x_i > 0) \end{aligned} \quad (1) \text{ عدد غیر منفی } a_i$$

$$\begin{aligned} \max \quad & \prod_{i=1}^n x_i^{k_i} \quad (k_i \geq 1) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n a_i x_i = b \quad (x_i \geq 0) \end{aligned} \quad (2) \text{ عدد غیر منفی } a_i$$

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n x_i^{k_i} \quad (k_i \geq 1) \\ \text{s.t.} \quad & \prod_{i=1}^n a_i x_i = b \quad (x_i > 0) \end{aligned} \quad (3) \text{ عدد غیر منفی } a_i$$

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n x_i^{k_i} \quad (k_i \geq 1) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{a_i} = b \quad (x_i \geq 0) \end{aligned} \quad (4) \text{ } a_i \neq 0 \text{ و غیر منفی}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

با توجه به این که تابع ارزش به صورت ضربی است، لذا گزینه های ۱ و ۲ می تواند درست باشد از طرفی مقدار باقی مانده در مرحله به صورت $\beta_i - a_i x_i$ است که برای محدودیت ها است و تنها محدودیت خطی گزینه ۲، چنین شرایطی دارد و لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۹- کدام گزینه، صحیح است؟

- (۱) اگر در انتهای فاز یک مسئله به روش M ، برخی از متغیرهای مصنوعی مقدار غیرصفر داشته باشند، تباهیدگی رخ می‌دهد.
- (۲) از لحاظ حجم فضای اشغال شده و حجم محاسبات، روش سیمپلکس تجدیدنظرشده بهتر از روش سیمپلکس معمولی است.
- (۳) مواجهه‌بودن یک مسئله، تحت تأثیر ضریب تابع هدف متغیر پایه‌ای است.
- (۴) دترمینان ماتریس یک درخت ریشه‌دار، $+1$ یا -1 می‌باشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

گزینه ۱: در این حالت، مسئله دارای جواب نیست.

گزینه ۲: در خصوص حجم محاسبات مقایسه ای در خصوص دو روش سیمپلکس نمی توان کرد ولی فضا کمتر شده است.

گزینه ۳: ربطی به این موضوع ندارد.

گزینه ۴: یک درخت در واقع یک حالت خاص از مسئله جریان در شبکه با هزینه کمینه است. در این حالت دترمینان ماتریس ضرایب -1 یا $+1$ است.

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Max } x_0 &= x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \text{s.t. } x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 12 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &\leq 6 \\ -x_1 + 3x_2 &\leq 9 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

حل بهینه این مدل، کدام است؟

$$x_1 = \frac{18}{7}, x_2 = 0, x_3 = \frac{30}{7} \quad (1)$$

$$x_1 = \frac{48}{7}, x_2 = \frac{30}{7}, x_3 = 0 \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{18}{7}, x_2 = 0, x_3 = \frac{48}{7} \quad (3)$$

$$x_1 = \frac{30}{7}, x_2 = 0, x_3 = \frac{18}{7} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با بررسی گزینه ها می توان جواب برتر را بدست آورد.

$$1) \rightarrow obj = \frac{18}{7} + \frac{30}{7} = \frac{48}{7}$$

$$con1: \frac{18}{7} + \frac{90}{7} \leq 12 \quad \otimes \rightarrow rejected$$

$$con2: 2 \times \frac{18}{7} - \frac{30}{7} \leq 6$$

$$con3: -\frac{18}{7} + 0 \leq 9$$

$$2) \rightarrow obj = \frac{48}{7} - 2 \left(\frac{30}{7} \right)$$

$$con1: \frac{48}{7} + \frac{60}{7} \leq 12 \quad \otimes \rightarrow rejected$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$3) \rightarrow obj = \frac{18}{7} + \frac{48}{7}$$

$$con1: \frac{18}{7} + 3\left(\frac{48}{7}\right) \leq 12 \quad \otimes \rightarrow rejected$$

$$4) \rightarrow obj = \frac{30}{7} + 0 + \frac{18}{7}$$

$$con1: \frac{30}{7} + 3\left(\frac{30}{7}\right) = \frac{84}{7} = 12 \leq 12$$

$$con2: 2\left(\frac{30}{7}\right) - \frac{18}{7} = \frac{42}{7} = 6 \leq 6$$

$$con3: -\frac{30}{7} + 3 \leq 9$$

لذا گزینه ۴ درست است.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com