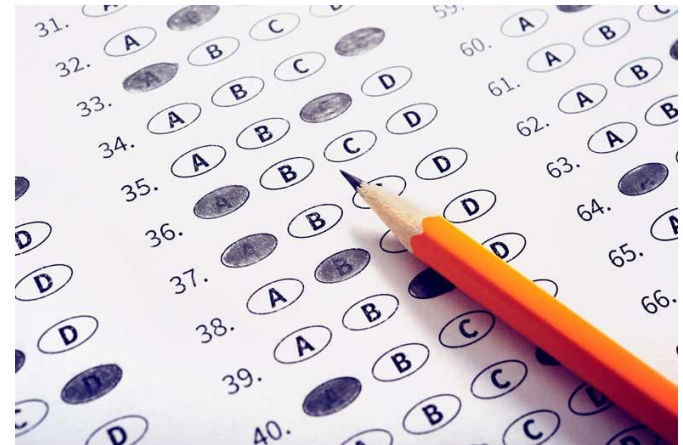
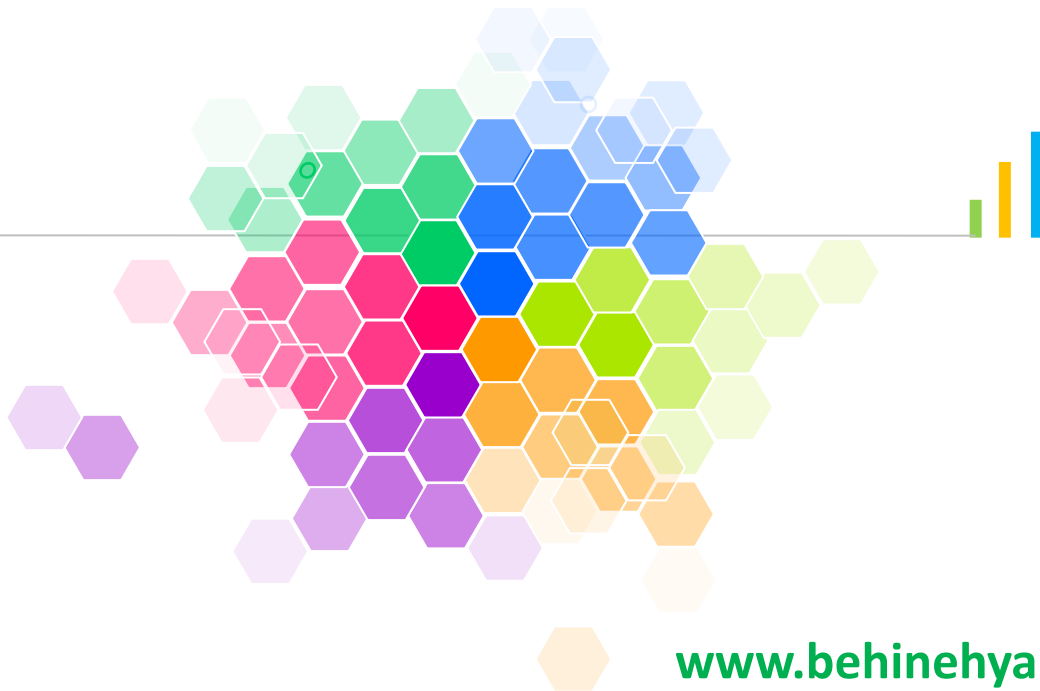


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۳۹۴



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

* با توجه به اطلاعات سؤال ۳۱، سؤال‌های ۳۱ تا ۳۶ را پاسخ دهید.

۳۱- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$$

s.t.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

فرض کنید متغیرهای x_1 ، x_2 و x_3 به ترتیب متغیرهای کمبود مربوط به محدودیت‌های اول، دوم و سوم هستند و می‌خواهیم مسأله را از روش سیمپلکس تجدید نظر شده (Revised simplex method) حل کنیم. در جدول مرحله اول این روش کدام متغیرها می‌توانند به عنوان متغیر ورودی به پایه انتخاب شوند؟

(۱) فقط متغیر x_1 می‌تواند انتخاب شود.

(۲) فقط متغیر x_2 می‌تواند انتخاب شود.

(۳) هر یک از متغیرهای x_1 ، x_2 و x_3 می‌توانند انتخاب شوند.

(۴) هر یک از متغیرهای x_1 و x_3 می‌توانند انتخاب شوند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با توجه به منفی بودن تمام متغیرهای غیر پایه در سطر صفر، هر سه متغیر x_3, x_2, x_1 امکان ورود به پایه را دارند. لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۲- در مسأله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳۱، فرض کنید در جدول اول متغیر x_2 برای ورود انتخاب می‌شود. پس از انجام عملیات لو لایی، در جدول دوم جواب کدام است؟

$$(1) \quad x_1 = 1, x_5 = 4, x_6 = 4$$

$$(2) \quad x_2 = 2, x_5 = 1, x_6 = 2$$

$$(3) \quad x_3 = \frac{5}{3}, x_4 = \frac{1}{3}, x_6 = \frac{13}{3}$$

$$(4) \quad x_4 = 2, x_5 = 5, x_6 = 6$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
Z	1	-3	-1	-3	0	0	0	0
X_4	0	3	1	1	1	0	0	2
X_5	0	1	2	3	0	1	0	5
X_6	0	2	2	1	0	0	1	6
Z	1	-1	0	-2	1	0	0	2
X_2	0	2	1	1	1	0	0	2
X_5	0	-3	0	1	-2	1	0	1
X_6	0	-2	0	-1	-2	0	1	2

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- در ادامه حل مسأله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳۱، پس از جدول دوم، کدام یک از متغیرها می‌توانند برای ورود به پایه انتخاب شوند؟

- (۱) فقط متغیر x_3 می‌تواند انتخاب شود.
- (۲) فقط هر یک از متغیرهای x_1 و x_4 می‌توانند انتخاب شوند.
- (۳) فقط هر یک از متغیرهای x_3 و x_4 می‌توانند انتخاب شوند.
- (۴) فقط هر یک از متغیرهای x_1 و x_3 می‌توانند انتخاب شوند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

متغیرهای X_1 و X_3 می تواند وارد پایه شود لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۴- در ادامه سؤال ۳۳، فرض کنید در جدول دوم متغیر x_3 برای ورود به پایه انتخاب می شود. پس از انجام عملیات لولایی، جواب حاصل در جدول سوم کدام است؟

$$(1) \quad x_1 = 1, x_5 = 0, x_6 = 0$$

$$(2) \quad x_2 = 1, x_3 = 1, x_6 = 3$$

$$(3) \quad x_1 = 1, x_5 = 0, x_6 = 4$$

$$(4) \quad x_2 = 1, x_3 = 1, x_6 = 4$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
Z	1	-1	0	-2	1	0	0	2
X_2	0	2	1	1	1	0	0	2
X_5	0	-3	0	1	-2	1	0	1
X_6	0	-2	0	-1	-2	0	1	2
Z	1	-7	0	0	-3	2	0	4
X_2	0	5	1	0	3	-1	0	1
X_3	0	-3	0	1	-2	1	0	1
X_6	0	-5	0	0	-4	1	1	3

گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۵- در ادامه سؤال ۳۴، آیا جدول سوم به دست آمده بهینه است؟ در غیر این صورت، روش را ادامه دهید تا به جدول بهینه برسید، جواب بهینه کدام است؟

$$x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = \frac{8}{5}, x_3 = 0 \quad (1)$$

$$x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = \frac{8}{5}, x_6 = 0 \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = \frac{8}{5}, x_6 = 4 \quad (3)$$

$$x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = 4, x_3 = \frac{8}{5} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
Z	1	-7	0	0	-3	2	0	4
X_2	0	5	1	0	3	-1	0	1
X_3	0	-3	0	1	-2	1	0	1
X_6	0	-5	0	0	-4	1	1	3
Z	1	0	$7/5$	0	$6/5$	$3/5$	0	$27/5$
X_1	0	1	$1/5$	0	$3/5$	$-1/5$	0	$1/5$
X_3	0	0	$3/5$	1	$-1/5$	$2/5$	0	$8/5$
X_6	0	0	1	0	-1	0	1	4

به جواب بهینه رسیدیم لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- اگر ضریب متغیر x_3 در تابع هدف مسأله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳۱ به مقدار کمی، مثلاً ε افزایش یابد، به طوری که این تغییر باعث تغییر مبنای بهینه نشود، مقدار بهینه تابع هدف Z چقدر افزایش می‌یابد؟

(۱) $\frac{1}{5}\varepsilon$

(۲) 3ε

(۳) $\frac{27}{5}\varepsilon$

(۴) ۰

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

در آن صورت در تابع هدف نهایی ضریب X_3 برابر $-\epsilon$ میشود که برای صفر کردن آن باید سطر مربوط به متغیر X_3 را به تابع هدف با ϵ ضرب و سپس جمع کرد. در این صورت تابع هدف $\frac{8}{5}\epsilon$ افزایش می یابد لذا گزینه ۱ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

با توجه به اطلاعات سؤال ۳۷، سؤالهای ۳۷ تا ۴۱ را پاسخ دهید.

۳۷- مسأله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$$

s.t.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

مسأله دوگان این مسأله برنامه ریزی خطی کدام است؟

$$\min w = 5y_1 + 2y_2$$

s.t.

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ y_1 \geq 0 \end{cases}$$

(۴)

$$\min w = 5y_1 + 2y_2$$

s.t.

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\max w = 5y_1 + 2y_2 \quad (1)$$

s.t.

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \leq 5 \\ 2y_1 - y_2 \leq 12 \\ y_1 + 3y_2 \leq 4 \\ y_1 \geq 0 \end{cases}$$

(۳)

$$\max w = 5y_1 + 2y_2$$

s.t.

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ y_1 + 3y_2 \geq 4 \end{cases}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\begin{array}{ll} \text{Max } Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 & \\ \text{s.t.} & \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5 & (y_1) \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 & (y_2) \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Min } 5y_1 + 2y_2 \\ \text{s.t.} \\ y_1 + 2y_2 \geq 2 \\ 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ y_1 \geq 0, y_2 \text{ urs} \end{array}$$

گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۸- در مسأله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳۷، فرض کنید بردار متغیرهای پایه بهینه عبارت است از $x_B = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$.

در این صورت جواب بهینه مسأله دوگان کدام است؟

$$y_1^* = \frac{29}{5}, y_2^* = \frac{22}{5} \quad (1)$$

$$y_1^* = \frac{22}{5}, y_2^* = \frac{19}{5} \quad (2)$$

$$y_1^* = \frac{29}{5}, y_2^* = \frac{2}{5} \quad (3)$$

$$y_1^* = \frac{29}{5}, y_2^* = -\frac{2}{5} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

روش اول:

اگر x_1 و x_2 متغیرهای پایه باشند، یعنی سایر متغیرها برابر صفر است لذا در مدل اولیه می توان با حل دستگاه جواب بهینه را بدست آورد.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 2x_1 - x_2 &= 2 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \frac{9}{5} \\ x_2 &= \frac{8}{5} \end{aligned} \rightarrow Z = 5\left(\frac{9}{5}\right) + 12\left(\frac{8}{5}\right) = \frac{141}{5}$$

حالا برای گزینه ها مقدار تابع هدف همزاد را بدست می آوریم:

$$1) \rightarrow \frac{29}{5} \times 5 + \frac{12}{5} \times 2 =$$

$$2) \rightarrow \frac{29}{5} \times 5 + \frac{2}{5} \times 2 =$$

$$3) \rightarrow \frac{22}{5} \times 5 + \frac{19}{5} \times 2 =$$

$$4) \rightarrow \frac{29}{5} \times 5 + \frac{-2}{5} \times 2 = \frac{141}{5} \rightarrow OK$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

روش دوم:

چون X_1 و X_2 پایه هستند، لذا محدودیت های مربوط به آن ها در مدل همزاد، محدودیت های ۱ و ۲، به صورت تساوی برقرار هستند (کمبود تکمیلی) لذا داریم.

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 = 5 \\ 2y_1 - y_2 = 12 \end{cases} \rightarrow y_1 = \frac{29}{5}, y_2 = -\frac{2}{5}$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- فرض کنید در مسأله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳۷، x_4 و x_5 به ترتیب متغیرهای کمکی مسأله اولیه و V_1 ، V_2 و V_3 به ترتیب متغیرهای کمکی مسأله دوگان باشند. در این صورت، نتایج قضیه کمکی مکمل (Complementary Slackness) در مورد این زوج مسأله کدام است؟

$$\begin{aligned} y_1^* > 0 &\Rightarrow x_4 = 0 \\ V_2^* > 0 &\Rightarrow x_5 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y_1^* > 0 &\Rightarrow x_4 = 0 \\ y_2^* > 0 &\Rightarrow x_5 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} y_1^* > 0 &\Rightarrow x_4 = 0 \\ V_3^* > 0 &\Rightarrow x_5 = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} y_2^* > 0 &\Rightarrow x_4 = 0 \\ V_3^* > 0 &\Rightarrow x_5 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$x_4 y_1 = 0 \Rightarrow y_1^* > 0 \rightarrow x_4 = 0$$

$$v_1 x_1 = 0 \Rightarrow v_1^* > 0 \rightarrow x_1 = 0$$

$$v_2 x_2 = 0 \Rightarrow v_2^* > 0 \rightarrow x_2 = 0$$

$$v_3 x_3 = 0 \Rightarrow v_3^* > 0 \rightarrow x_3 = 0$$

با توجه به این که y_2 آزاد در علامت است، گزینه های ۲ و ۴ صحیح نیست و نمی توان فقط فرض مثبت بودن را در نظر گرفت. از طرفی چون محدودیت دوم به صورت تساوی است، x_5 متغیر مصنوعی است و لزومی به برقراری شرط کمبود تکمیلی در آن نیست. لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۰- فرض کنید مسأله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳۷ را از روش جریمه‌ای M بزرگ حل کردیم و در یکی از

قدم‌های آن جدول زیر حاصل شده است:

مقدار تابع هدف Z در قدم مربوط به همین جواب چقدر است؟

پایه	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	جواب
Z						
x_2				$\frac{3}{7}$	$-\frac{1}{7}$	
x_3				$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	

$$-2M \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{141}{5} \quad (3)$$

$$\frac{192}{7} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$Z = c_B B^{-1} b = (12 \quad 4) \begin{bmatrix} \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{192}{7}$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۱- ابتدا جدول سؤال ۴۰ را پر کنید، سپس اگر جدول حاصل بهینه نیست روش را ادامه دهید تا جواب بهینه را بیابید. جواب بهینهٔ مسأله کدام است؟

$$(1) \quad x_1^* = \frac{9}{5}, x_2^* = \frac{8}{5}, x_3^* = 0$$

$$(2) \quad x_1^* = \frac{8}{5}, x_2^* = \frac{9}{5}, x_3^* = 0$$

$$(3) \quad x_1^* = \frac{13}{7}, x_2^* = \frac{9}{7}, x_3^* = 0$$

$$(4) \quad x_1^* = 0, x_2^* = \frac{13}{7}, x_3^* = \frac{9}{7}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
Z	1	-5	-12	-4	0	M	0
X_4	0	1	2	1	1	0	5
X_5	0	2	-1	3	0	1	2
Z	1	$-5-2M$	$-12+M$	$-4-3M$	0	0	$-2M$
X_4	0	1	2	1	1	0	5
X_5	0	2	-1	3	0	1	2
Z	1	-29	0	-40	0	$M-12$	$-2M+2M-24$
X_2	0	0.5	1	0.5	0.5	0	2.5
X_5	0	2.5	0	3.5	0.5	1	4.5
Z	1	$-3/7$	0	0	$40/7$	$-4/7+M$	$192/7$
X_2	0	$1/7$	1	0	$3/7$	$-1/7$	$13/7$
X_3	0	$5/7$	0	1	$1/7$	$2/7$	$9/7$
Z	1	0	0	0	$39.4/7$	$-2.8/7+M$	28.2
X_2	0	0	1	0	$4/10$	$-2/10$	$8/5$
X_1	0	1	0	$7/5$	$1/5$	$2/5$	$9/5$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- جدول زیر هزینه‌های مربوط به یک مسئله تخصیص را نشان می‌دهد:

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۴	۶	۳
۲	۹	۷	۱۰	۹
۳	۴	۵	۱۱	۷
۴	۸	۷	۸	۵

کدام یک از جداول زیر حل بهینه تخصیص را نشان می‌دهد؟

	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۲	۱	۱
۲	۳	۰	۰	۲
۳	۰	۰	۳	۲
۴	۴	۲	۰	۰

(۲)

	۱	۲	۳	۴
۱	۲	۰	۳	۱
۲	۴	۵	۲	۰
۳	۰	۱	۴	۲
۴	۳	۰	۰	۳

(۱)

	۱	۲	۳	۴
۱	۲	۶	۱	۲
۲	۳	۰	۱	۳
۳	۰	۴	۵	۰
۴	۵	۲	۰	۴

(۴)

	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۴	۱	۴
۲	۲	۲	۰	۳
۳	۳	۰	۲	۲
۴	۱	۳	۰	۰

(۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 9 \\ 4 & 5 & 11 & 7 \\ 8 & 7 & 8 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

جواب فوق یک جواب بهینه است که از روش مجارستانی بدست امد هاست و لی با هیچ یک از گزینه ها برابر نیست .

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

* با توجه به اطلاعات سؤال ۴۳، سؤال‌های ۴۳ تا ۴۴ را پاسخ دهید.

۴۳- فرض کنید که می‌خواهیم مسأله تخصیص منبع زیر را از برنامه‌ریزی پویا و با حرکت به جلو حل کنیم:

$$\max J = \prod_{k=1}^3 (1 + ku(k))$$

s.t.

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^3 u(k) = 5 \\ 0 \leq u(k) \leq 3, \text{ } u(k) \text{ عدد صحیح است} \end{cases}$$

تعریف متغیر حالت مرحله k یعنی $x(k)$ کدام است؟

(۱) $x(k)$ همان $u(k)$ است.

(۲) حداکثر مقدار تابع هدف از مرحله ۱ تا مرحله k

(۳) مقداری از منبع (۵) که به مجموع متغیرهای تصمیم مراحل $k, k+1, \dots, 3$ تخصیص داده شده است.

(۴) مقداری از منبع (۵) که به مجموع متغیرهای تصمیم مراحل $k, k+1, \dots, 3$ تخصیص داده شده است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با توجه به تعریف، $x(k)$ مقدار از منبع محدودیت $\sum u(k) = 5$ است. که به متغیرهای مرحله ۱ تا ۱۲ تخصیص داده شده است. لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۴- در مسأله تخصیص منبع سؤال ۴۳، پس از حل برنامه‌ریزی پویای مسأله با حرکت به جلو، کدام مورد را نتیجه می‌دهد؟

$$(۱) \max. J = ۷۰, u(۳) = ۲, u(۲) = ۲, u(۱) = ۱$$

$$(۲) \max. J = ۵۰, u(۳) = ۳, u(۲) = ۲, u(۱) = ۰$$

$$(۳) \max. J = ۸۰, u(۳) = ۳, u(۲) = ۱, u(۱) = ۱$$

(۴) این مسأله قابل حل نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

این سوال را با بررسی گزینه ها حل می کنیم.

$$J = (1 + u(1))(1 + 2u(2))(1 + 3u(3))$$

$$1) \rightarrow J = (1 + 1)(1 + 2 \times 2)(1 + 3 \times 2) = 70$$

$$2) \rightarrow J = (1 + 0)(1 + 2 \times 2)(1 + 3 \times 3) = 50$$

$$3) \rightarrow J = (1 + 1)(1 + 2 \times 1)(1 + 3 \times 3) = 60$$

لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

* با توجه به اطلاعات سؤال ۴۵، سؤال‌های ۴۵ تا ۴۷ را پاسخ دهید.

۴۵- تولید کننده‌ای می‌خواهد از محصولات ۱ و ۲ به ترتیب به اندازه x_1 و x_2 واحد تولید کند. او می‌داند که تقاضا برای محصول ۱ متغیر تصادفی D_1 با تابع چگالی زیر است:

$$f_{D_1}(y) = \begin{cases} \frac{1}{5000}(1000 - y) & , 0 \leq y \leq 1000 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

همچنین تقاضا برای محصول ۲ متغیر تصادفی D_2 با توزیع یکنواخت بین ۰ و ۱۰۰ است. قیمت فروش هر واحد از محصول ۱، ۵۰۰۰ ریال و هزینه تولید هر واحد آن ۳۰۰۰ ریال و قیمت فروش هر واحد از محصول ۲، ۱۰۰۰ ریال و هزینه تولید هر واحد آن ۵۰۰ ریال می‌باشد. بودجه این تولیدکننده برای تولید محصولات ۱ و ۲، ۱۵۰۰۰۰ ریال است. هدف این تولیدکننده این است که x_1 و x_2 را چنان تعیین کند که متوسط سود حاصل از فروش این دو محصول، با در نظر گرفتن محدودیت بودجه، ماکزیمم شود. تابع هدف این مسأله کدام است؟

$$\frac{1}{6}x_1^2 - 50x_1^2 + 5000x_1 - 5x_2^2 + 1000x_2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{6}x_1^2 - 50x_1^2 + 2000x_1 - 5x_2^2 + 500x_2 \quad (2)$$

$$-50x_1^2 + 2000x_1 - 5x_2^2 + 500x_2 \quad (3)$$

$$-\frac{299}{6}x_1^2 + 2000x_1 - 5x_2^2 + 500x_2 \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

اگر X_1 میزان فروش محصول ۱ و D_1 میزان تقاضای محصول ۱ باشد، میزان فروش محصول ۱ برابر با $\min(X_1, D_1)$ می شود لذا عایدی فروش محصول ۱ به صورت زیر است.

$$Z_1 = 5000 \min\{x_1, D_1\} - 3000x_1$$

با توجه به احتمالی بودن تقاضا، با تابع احتمال $f_{D_1}(y)$ مقدار امید در آمد یا Z_1 به صورت زیر محاسبه می شود.

$$E(Z_1) = 5000E(\min\{x_1, D_1\}) - 3000x_1$$

$$E(\min\{x_1, D_1\}) = \int_0^x \min(x_1, D_1) f_{D_1}(D_1) dD_1 = \int_0^{x_1} D_1 f_{D_1}(D_1) dD_1 + \int_{x_1}^{1000} x_1 f_{D_1}(D_1) dD_1$$

$$= \int_0^{x_1} \frac{D_1}{5000} (100 - D_1) dD_1 + \int_{x_1}^{1000} \frac{x_1}{5000} (100 - D_1) dD_1$$

$$= \frac{1}{5000} \left(50D_1^2 - \frac{1}{3}D_1^3 \right) \Big|_0^{x_1} + \frac{1}{5000} (100x_1D_1 - 0.5x_1D_1^2) \Big|_{x_1}^{100}$$

$$= \frac{1}{5000} \left[\left(50x_1^2 - \frac{1}{3}x_1^3 \right) + (1000x_1 - 5000x_1 - 100x_1^2 + 0.5x_1^3) \right]$$

$$= \frac{1}{5000} \left[\frac{1}{6}x_1^3 - 50x_1^2 + 5000x_1 \right]$$

$$E(Z_1) = 5000 \frac{1}{5000} \left[\frac{1}{6}x_1^3 - 50x_1^2 + 5000x_1 \right] - 3000x_1 = \frac{1}{6}x_1^3 - 50x_1^2 + 200x_1$$

که فقط گزینه ۲ دارای این جمله است و لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۶- در مسأله برنامه‌ریزی غیر خطی سؤال ۴۵، جواب بهینه متغیرهای x_1 و x_2 کدام مورد است؟

$$(1) \quad x_1^* = 177/46, \quad x_2^* = 50$$

$$(2) \quad x_1^* = 33/33, \quad x_2^* = 50$$

$$(3) \quad x_1^* = 22/54, \quad x_2^* = 50$$

(4) شرایط Kuhn-Tucker برای حل این مسأله جوابی ندارد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$\text{Max} \quad \frac{1}{6}x_1^3 - 50x_1^2 + 2000x_1 - 5x_2^2 + 500x_2$$

s.t.

$$3000x_1 + 500x_2 \leq 150000$$

از گزینه ها مشخص است که $x_2^* = 50$ است لذا با جایگزینی در مدل فوق داریم.

$$\text{Max} \quad \frac{1}{6}x_1^3 - 50x_1^2 + 2000x_1 + 125000$$

s.t.

$$3000x_1 \leq 125000$$

از تابع فوق برحسب x_1 مشتق می گیریم.

$$\frac{dE}{dx_1} = \frac{1}{2}x_1^2 - 1000x_1 + 2000 = 0 \Rightarrow x_1 = 100 \pm 10\sqrt{60} \begin{cases} 177.44 \rightarrow \times \\ 22.54 \rightarrow OK \end{cases}$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۷- در مسأله برنامه‌ریزی غیر خطی سؤال ۴۵، مقدار بهینه تابع هدف کدام است؟

$$(۱) \text{Max. } E(z) = ۳۴۰۸۶$$

$$(۲) \text{Max. } E(z) = ۲۸۱۶۲۷/۳۳$$

$$(۳) \text{Max. } E(z) = ۲۹۷۸۶/۵۴$$

(۴) قابل محاسبه نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

کافی است $x_1 = 22.54, x_2 = 50$ را در تابع هدف جایگزین کنیم لذا خواهیم داشت:

$$Z^* = 33086$$

لذا گزینه ۱ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- مسأله برنامه‌ریزی ریاضی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = -3x_1^2 + x_2 e^{x_2} + 3x_3^2 - \ln(1+x_4)$$

s.t.

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_2 e^{x_2} - x_3^2 + \ln(1+x_4) = 0 \\ 2x_1^2 - 2x_2 e^{x_2} + 3x_3^2 + 3\ln(1+x_4) = 9 \\ x_1^2 - x_2 e^{x_2} + 2x_3^2 - \ln(1+x_4) = 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

(۱) این مسأله دارای جواب نامحدود است.

(۲) این مسأله به هیچ‌وجه از روش ترسیمی برنامه‌ریزی خطی قابل حل نیست.

(۳) پس از تغییر متغیر، نمی‌توان تعداد متغیرهای این مسأله را کاهش داد.

(۴) این مسأله را می‌توان با تغییر متغیر و سپس کاهش تعداد متغیرها، از روش ترسیمی برنامه‌ریزی خطی حل کرد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

اگر به صورت زیر عمل کنیم:

$$x_1^3 = y_1, x_2 e^{x_2^2} = y_2, x_3^3 = y_3, \ln(1 + x_4) = y_4$$

لذا مدل به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\text{Min} \quad -3y_1 + y_2 + 3y_3 - y_4$$

$$y_1 + 2y_2 - y_3 + y_4 = 0$$

$$2y_1 - 2y_2 + 3y_3 + 3y_4 = 2$$

$$y_1 - y_2 + 2y_3 - y_4 = 6$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

می توان دو دستگاه اول را حل کرد و y_1 و y_2 را برحسب y_3 و y_4 حل کرد. لذا مدل فوق به صورت یک مدل دو مجهولی در می آید که به روش ترسیمی قابل حل است لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۹- روش عددی قدم به قدم زیر را در نظر بگیرید:

$$x_{k+1} = \frac{x_k^2 \ln x_k + x_k^2 + 1}{2x_k \ln x_k + x_k}$$

این رابطه، حاصل استفاده از کدام روش است؟

(۱) سریعترین نزول برای مینیمم کردن تابع $f(x) = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} - x$

(۲) سریعترین نزول برای مینیمم کردن تابع $f(x) = x^2 \ln x - 1$

(۳) نیوتن - رافسون برای مینیمم کردن تابع $f(x) = x^2 \ln x - 1$

(۴) نیوتن - رافسون برای حل معادله $x^2 \ln x - 1 = 0$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

رابطه ارایه شده برای یافتن رشیده با استفاده از روش نیوتن رافسون به صورت زیر است:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

لذا با مقایسه می توان فهمید که

$$f'(x) = 2x \ln x + x$$

و لذا

$$f(x) = \int f'(x) dx = x^2 \ln x - 1$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- روش عددی قدم به قدم زیر را در نظر بگیرید:

$$x_{k+1} = \frac{2^{x_k} x_k \ln 2 - x_k \cos x_k - 2^{x_k} + \sin x_k}{2^{x_k} \ln 2 - \cos x_k}$$

این رابطه، حاصل استفاده از کدام روش است؟

(۱) نیوتن - رافسون برای حل معادله $2^x - \sin x = 0$

(۲) نیوتن - رافسون برای مینیمم کردن تابع $f(x) = 2^x - \sin x$

(۳) سریعترین نزول برای مینیمم کردن تابع $f(x) = 2^x - \sin x$

(۴) سریعترین نزول برای مینیمم کردن تابع $f(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \cos x$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

مشابه مسئله قبلی است.

$$f'(x) = 2^x \ln 2 - \cos x \rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = 2^x - \sin x$$

لذا گزینه ۱ درست است.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com